0369 $\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{DE}=3:6=1:2$이므로

$\angle BAC : \angle DFE=1:2$

따라서 $\angle DFE=2\angle BAC=2\times 20°=40°$이므로

$x=40$ 답 40

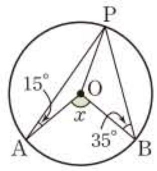
0370 $\angle BAC : \angle CAD=60:30=2:1$이므로

$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD}=2:1$

따라서 $\overset{\frown}{BC}=2\overset{\frown}{CD}=2\times 5=10\,(cm)$이므로

$x=10$ 답 10

0371 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\angle APO=\angle PAO=15°$,

$\angle BPO=\angle PBO=35°$

이므로

$\angle APB=\angle APO+\angle BPO$

$=15°+35°=50°$

$\therefore\ \angle x=2\angle APB=2\times 50°=100°$ 답 100°

0372 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times 60°=120°$

$\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-120°)=30°$ 답 ③

0373 $\angle BCD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 110°=55°$

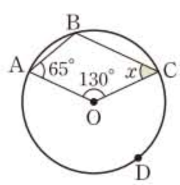
$\triangle PBC$에서

$\angle x=\angle BCD-\angle P=55°-36°=19°$ 답 ⑤

라쎈 보충

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

0374 오른쪽 그림에서 $\overset{\frown}{ADC}$에 대한 중심각의 크기는 $360°-130°=230°$이므로



$\angle ABC=\frac{1}{2}\times 230°=115°$

□AOCB에서

$\angle x=360°-(115°+65°+130°)=50°$ 답 50°

0375 $\overset{\frown}{BAD}$에 대한 중심각의 크기가 $2\times 125°=250°$이므로 $\angle x=360°-250°=110°$ ··· ❶

따라서 $\angle y=\frac{1}{2}\angle x=\frac{1}{2}\times 110°=55°$이므로 ··· ❷

$\angle x+\angle y=165°$ ··· ❸

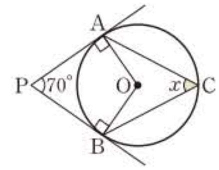
답 165°

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0376 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times 75°=150°$이므로

$\overset{\frown}{BC}=2\pi\times 6\times\frac{150}{360}=5\pi\,(cm)$ 답 ④

0377 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

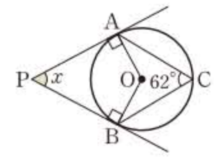


$\angle AOB=180°-70°=110°$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 110°=55°$

답 55°

0378 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



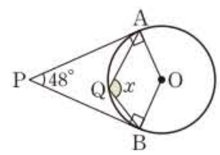
$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times 62°=124°$

또 $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

$\angle x=180°-124°=56°$ 답 ⑤

0379 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO=\angle PBO=90°$ 이므로



$\angle AOB=180°-48°=132°$

$360°-132°=228°$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times 228°=114°$ 답 114°

0380 $\angle x=\angle DAC=20°$

$\triangle PBC$에서 $\angle y=67°-20°=47°$

$\therefore\ \angle y-\angle x=47°-20°=27°$ 답 ④

0381 $\angle x=2\angle ACB=2\times 32°=64°$

$\angle y=\angle ACB=32°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=64°+32°=96°$ 답 96°

0382 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180°-(65°+80°)=35°$

$\therefore\ \angle x=\angle ACB=35°$ 답 ③

0383 $\angle BDC=\angle BAC=70°$ ··· ❶

$\angle ACB=\angle ADB=36°$ ··· ❷

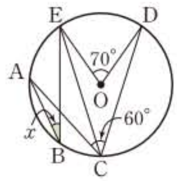
△BCD에서

$\angle x=180°-(70°+25°+36°)=49°$ ➌

답 $49°$

채점 기준	비율
➊ $\angle$BDC의 크기를 구할 수 있다.	40 %
➋ $\angle$ACB의 크기를 구할 수 있다.	40 %
➌ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0384 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle DOE$

$=\frac{1}{2}\times 70°=35°$

따라서 $\angle ACE=60°-35°=25°$이므로

$\angle x=\angle ACE=25°$

답 ③

0385 $\angle BCD=\angle BAD=\angle x$이므로 △BCQ에서

$\angle ABC=\angle BCD+\angle Q=\angle x+35°$

△APB에서 $\angle APC=\angle PAB+\angle ABP$이므로

$65°=\angle x+(\angle x+35°)$

$2\angle x=30°$ $\therefore \angle x=15°$

답 ①

0386 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\overline{AE}$를 그으면

$\angle AEB=90°$

$\angle AED=\angle ACD=46°$이므로

$\angle x=90°-46°=44°$

답 ③

0387 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90°$

$\angle ABD=\angle ACD=52°$이므로

$\angle x=90°-52°=38°$

답 $38°$

0388 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ADP=90°$

△APD에서 $\angle DAP=180°-(90°+54°)=36°$

$\therefore \angle x=\angle DAP=36°$

답 ④

0389 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$

$\overline{CD}$는 $\angle ACB$의 이등분선이므로

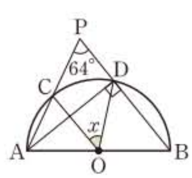
$\angle BCD=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 90°=45°$

이때 $\angle BCE=\frac{1}{2}\angle BOE=\frac{1}{2}\times 64°=32°$이므로

$\angle x=\angle BCD-\angle BCE=45°-32°=13°$

답 ④

0390 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADB=90°$ ➊

△ADP에서

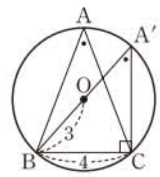
$\angle PAD=180°-(90°+64°)=26°$ ➋

$\therefore \angle x=2\angle CAD=2\times 26°=52°$ ➌

답 $52°$

채점 기준	비율
➊ $\angle ADB=90°$임을 알 수 있다.	30 %
➋ $\angle$PAD의 크기를 구할 수 있다.	30 %
➌ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %

0391 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BAC=\angle BA'C$

반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이므로

$\angle A'CB=90°$

$\overline{A'B}=6$이므로 $\overline{A'C}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore \cos A=\cos A'=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

0392 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이므로

$\angle ACB=90°$

$\tan B=\frac{8}{\overline{BC}}=\frac{4}{3}$이므로 $\overline{BC}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=10\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

답 ②

0393 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이므로

$\angle ACB=90°$ ➊

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}=\overline{AB}\cos 60°=8\times\frac{1}{2}=4\,(\text{cm})$ ➋

직각삼각형 ADC에서

$\overline{CD}=\overline{AC}\sin 60°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ➌

답 $2\sqrt{3}$ cm

채점 기준	비율
➊ $\angle ACB=90°$임을 알 수 있다.	20 %
➋ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
➌ $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

다른풀이 △ABC가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}\cos 60°=8\times\frac{1}{2}=4\,(\text{cm})$,

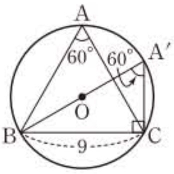
$\overline{BC}=\overline{AB}\sin 60°=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

△ABC의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 8\times\overline{CD}$

$\therefore \overline{CD}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

0394 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $A'B$를 그으면



$\angle BA'C = \angle BAC = 60°$

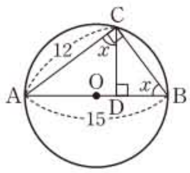
반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

$\angle A'CB = 90°$

$\therefore \overline{A'B} = \dfrac{\overline{BC}}{\sin 60°} = 9 \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$

따라서 원 O의 지름의 길이는 $6\sqrt{3}$이다. 답 ①

0395 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle ACB = 90°$



$\therefore \angle ABC = 90° - \angle CAB$

$= \angle ACD = \angle x$

$\overline{BC} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$이므로

$\cos x = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$ 답 $\dfrac{3}{5}$

0396 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$이므로 $\angle DCB = \angle ABC = 23°$

△PCB에서

$\angle x = \angle PCB + \angle PBC = 23° + 23° = 46°$ 답 ⑤

0397 $\widehat{AB} = \widehat{AD}$이므로

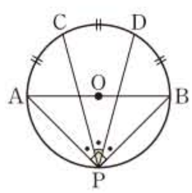
$\angle x = \angle ACD = 55°$ 답 55°

0398 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$이므로 $\angle CBD = \angle BAC = 35°$

△ABC에서

$\angle x = 180° - (35° + 40° + 35°) = 70°$ 답 ①

0399 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$를 그으면



$\angle APB = 90°$ ⋯ ❶

$\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$이므로

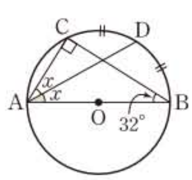
$\angle APC = \angle CPD = \angle DPB$ ⋯ ❷

$\therefore \angle x = \dfrac{1}{3}\angle APB = \dfrac{1}{3} \times 90° = 30°$ ⋯ ❸

답 30°

채점 기준	비율
❶ $\angle APB$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle APC = \angle CPD = \angle DPB$임을 알 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

0400 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB = 90°$

$\widehat{CD} = \widehat{BD}$이므로

$\angle CAD = \angle BAD = \angle x$

△ABC에서 $90° + (\angle x + \angle x) + 32° = 180°$

$2\angle x = 58°$ $\therefore \angle x = 29°$ 답 ③

0401 △ACP에서

$\angle ACP = \angle APD - \angle CAP = 75° - 24° = 51°$

$\angle CAB : \angle ACD = \widehat{BC} : \widehat{AD}$이므로

$24 : 51 = 8 : \widehat{AD}$ $\therefore \widehat{AD} = 17\,(\mathrm{cm})$ 답 17 cm

0402 $\angle x = 2\angle ABC = 2 \times 15° = 30°$ ⋯ ❶

$\angle ABC : \angle ABD = \widehat{AC} : \widehat{AD} = 2 : 6 = 1 : 3$이므로

$\angle y = 3\angle ABC = 3 \times 15° = 45°$ ⋯ ❷

$\therefore \angle x + \angle y = 75°$ ⋯ ❸

답 75°

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\angle x + \angle y$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0403 $\widehat{AEC} : \widehat{BD} = 3 : 1$이므로

$\angle ABC : \angle BCD = 3 : 1$

$\therefore \angle BCD = \dfrac{1}{3}\angle x$

△BPC에서 $\angle x + \dfrac{1}{3}\angle x = 116°$, $\dfrac{4}{3}\angle x = 116°$

$\therefore \angle x = 87°$ 답 ④

0404 $\widehat{AB} = 2\widehat{CD}$이므로

$\angle ADB = 2\angle CBD$

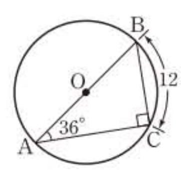
$\therefore \angle CBD = \dfrac{1}{2}\angle ADB = \dfrac{1}{2} \times 68° = 34°$

△BPD에서

$\angle x = \angle ADB - \angle DBP$

$= 68° - 34° = 34°$ 답 ④

0405 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB = 90°$

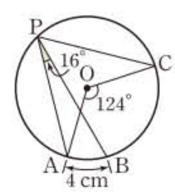
△ACB에서

$\angle ABC = 90° - 36° = 54°$

$\angle BAC : \angle ABC = \widehat{BC} : \widehat{AC}$이므로

$36 : 54 = 12 : \widehat{AC}$ $\therefore \widehat{AC} = 18$ 답 18

0406 오른쪽 그림과 $\overline{PC}$를 그으면



$\angle APC = \dfrac{1}{2}\angle AOC$

$= \dfrac{1}{2} \times 124° = 62°$

04 원주각

이므로 $\angle BPC=62°-16°=46°$

$\angle APB : \angle BPC=\widehat{AB} : \widehat{BC}$이므로

$16 : 46=4 : \widehat{BC}$ $\quad \therefore \widehat{BC}=\frac{23}{2}$ (cm)

답 ②

다른풀이 $\angle AOB=2\angle APB=2\times16°=32°$이므로

$\angle BOC=124°-32°=92°$

$\widehat{AB} : \widehat{BC}=\angle AOB : \angle BOC$이므로

$4 : \widehat{BC}=32 : 92$ $\quad \therefore \widehat{BC}=\frac{23}{2}$ (cm)

0407 $\angle C : \angle A : \angle B=\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}=2 : 1 : 3$

$\therefore \angle C=\frac{2}{2+1+3}\times180°$

$=\frac{1}{3}\times180°=60°$

답 60°

0408 $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\cdots=\widehat{HA}$이므로

$\angle DAE=\angle GAH=\frac{1}{8}\times180°=\frac{45°}{2}$

$\therefore \angle DAE+\angle GAH=\frac{45°}{2}+\frac{45°}{2}=45°$

답 ⑤

다른풀이 정팔각형의 한 내각의 크기는

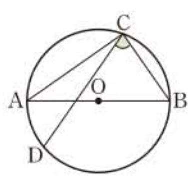
$\frac{180°\times(8-2)}{8}=135°$

$\angle BAC=\angle CAD=\cdots=\angle GAH$이므로

$\angle DAE=\angle GAH=\frac{1}{6}\times135°=\frac{45°}{2}$

$\therefore \angle DAE+\angle GAH=2\times\frac{45°}{2}=45°$

0409 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ACB=90°$

$\widehat{AD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{9}$이므로

$\angle ACD=\frac{1}{9}\times180°=20°$

$\therefore \angle DCB=\angle ACB-\angle ACD=90°-20°=70°$

답 70°

0410 $\widehat{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{5}\times180°=36°$ ⋯ ❶

$\widehat{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{9}$이므로

$\angle DCB=\frac{1}{9}\times180°=20°$ ⋯ ❷

$\triangle BPC$에서

$\angle x=\angle PCB+\angle PBC=20°+36°=56°$ ⋯ ❸

답 56°

채점 기준	비율
❶ $\angle ABC$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle DCB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0411 $\triangle ACP$에서

$\angle CAP=\angle CPB-\angle ACP=75°-15°=60°$

원 O의 둘레의 길이를 l cm라 하면

$\widehat{BC} : l=60 : 180$, $\quad 8\pi : l=1 : 3$

$\therefore l=24\pi$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 24π cm이다.

답 ②

0412 $\widehat{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{4}{4+2+3+6}=\frac{4}{15}$이므로

$\angle ADB=\frac{4}{15}\times180°=48°$

$\widehat{CD}$의 길이는 원주의 $\frac{3}{4+2+3+6}=\frac{1}{5}$이므로

$\angle DAC=\frac{1}{5}\times180°=36°$

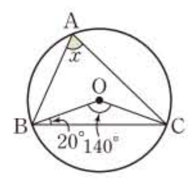
$\triangle APD$에서

$\angle x=\angle DAP+\angle ADP=36°+48°=84°$

답 ⑤

0413 전략 (원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=180°-2\times20°=140°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times140°=70°$

답 70°

0414 전략 원의 접선은 그 접점을 지나는 원의 반지름과 수직임을 이용한다.

풀이 $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

$\angle y=180°-56°=124°$

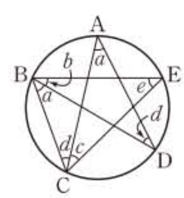
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle y=\frac{1}{2}\times124°=62°$

$\therefore \angle x+\angle y=186°$

답 ③

0415 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle CBD=\angle CAD=\angle a$,

$\angle BCA=\angle BDA=\angle d$

$\triangle BCE$에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180°$

답 ⑤

다른풀이 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle e$는 각각 $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$, $\overset{\frown}{EA}$, $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180°$

0416 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\overline{BD}$를 그으면

$\angle ADB=90°$

$\angle ABD=\angle ACD=68°$이므로 $\triangle ABD$에서

$\angle x=90°-68°=22°$ 답 ②

0417 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ADC=90°$

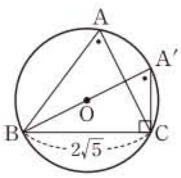
$\therefore \angle x=90°-25°=65°$

$\angle ACB=\angle ADB=65°$이므로 $\triangle PBC$에서

$\angle y=180°-(32°+65°)=83°$

$\therefore \angle y-\angle x=83°-65°=18°$ 답 ④

0418 전략 원의 지름 $\mathrm{A'B}$를 그어 직각삼각형 $\mathrm{A'BC}$를 그린다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 지름 $\overline{A'B}$를 그으면

$\angle BA'C=\angle BAC$

반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이므로

$\angle A'CB=90°$

$\tan A=\tan A'=\dfrac{2\sqrt{5}}{\overline{A'C}}=2$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{5}$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=5$

따라서 원 O의 지름의 길이는 5이다. 답 5

0419 전략 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle ABC=\angle CAD=\angle x$

$\triangle ABC$에서

$90°+(\angle x+48°)+\angle x=180°$

$2\angle x=42°$ $\therefore \angle x=21°$

답 ①

다른풀이 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90°$

$\triangle ABD$에서

$\angle ABD=90°-48°=42°$

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle ABC=\angle CBD$

$\therefore \angle CBD=\dfrac{1}{2}\angle ABD=\dfrac{1}{2}\times 42°=21°$

$\therefore \angle x=\angle CBD=21°$

0420 전략 호의 길이와 원주각의 크기 사이의 관계를 이용하여 $\angle CAB$의 크기를 구한다.

풀이 $\angle ACD : \angle CAB=\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC}$이므로

$60° : \angle CAB=12 : 7$

$\therefore \angle CAB=35°$

$\triangle ACP$에서

$\angle CPB=\angle CAP+\angle ACP$

$=35°+60°=95°$ 답 $95°$

0421 전략 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\angle APB : \angle AQC=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{AC}$이므로

$18 : 48=6\pi : \overset{\frown}{AC}$ $\therefore \overset{\frown}{AC}=16\pi\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{AB}=16\pi-6\pi=10\pi\,(\mathrm{cm})$

답 10π cm

0422 전략 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\angle BAC : \angle ACD=\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{AD}=3 : 9=1 : 3$이므로

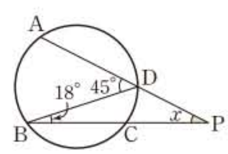
$\angle ACD=3\angle BAC=3\times 21°=63°$

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ADC=90°$

$\triangle ACD$에서

$\angle x=90°-63°=27°$ 답 $27°$

0423 전략 선분 BD를 그어 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기를 구한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원주의 $\dfrac{1}{4}$이므로

$\angle ADB=\dfrac{1}{4}\times 180°=45°$

$\overset{\frown}{CD}$의 길이가 원주의 $\dfrac{1}{10}$이므로

$\angle DBC=\dfrac{1}{10}\times 180°=18°$

$\triangle DBP$에서

$\angle x=\angle ADB-\angle DBP$

$=45°-18°=27°$ 답 ③

0424 전략 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원주의 $\dfrac{1}{n}$이면 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기는 $\dfrac{1}{n}\times 180°$임을 이용한다.

풀이 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기가 $90°$이므로

$\angle AGE=\dfrac{3}{5}\times 90°=54°$

또 $\angle \mathrm{GAB}=\frac{1}{6}\times 180^\circ=30^\circ$이므로 $\triangle \mathrm{AHG}$에서

$\angle \mathrm{AHE}=\angle \mathrm{AGH}+\angle \mathrm{GAH}$

$=54^\circ+30^\circ=84^\circ$

답 ①

0425 전략 (원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

풀이 $\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{APB}=2\times 45^\circ=90^\circ$ ⋯ ❶

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r\times\frac{90}{360}=4\pi \qquad \therefore r=8$ ⋯ ❷

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times 8^2=64\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ ⋯ ❸

답 $64\pi\ \mathrm{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ ∠AOB의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ 원 O의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 원 O의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

0426 전략 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

풀이 $\triangle \mathrm{BPC}$에서

$\angle \mathrm{BCP}=\angle \mathrm{ABC}-\angle \mathrm{P}=70^\circ-35^\circ=35^\circ$ ⋯ ❶

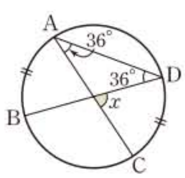
$\therefore \angle x=\angle \mathrm{BCD}=35^\circ$ ⋯ ❷

답 35°

채점 기준	비율
❶ ∠BCP의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ ∠x의 크기를 구할 수 있다.	50 %

0427 전략 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용한다.

풀이 $\widehat{\mathrm{AB}}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면



$\angle \mathrm{ADB}=\frac{1}{5}\times 180^\circ=36^\circ$ ⋯ ❶

$\widehat{\mathrm{AB}}=\widehat{\mathrm{CD}}$이므로

$\angle \mathrm{DAC}=\angle \mathrm{ADB}=36^\circ$ ⋯ ❷

$\therefore \angle x=\angle \mathrm{ADB}+\angle \mathrm{DAC}$

$=36^\circ+36^\circ=72^\circ$ ⋯ ❸

답 72°

채점 기준	비율
❶ ∠ADB의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ ∠DAC의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ ∠x의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0428 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

풀이 $\overline{\mathrm{BP}}$가 반원 O의 접선이므로 $\qquad \angle \mathrm{PBA}=90^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}}$가 반원 O의 지름이므로 $\qquad \angle \mathrm{ACB}=90^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{PCE}=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\triangle \mathrm{PCE}$에서

$\angle \mathrm{CPE}=\angle \mathrm{CED}-\angle \mathrm{PCE}$

$=115^\circ-90^\circ=25^\circ$

$\angle \mathrm{APB}=2\angle \mathrm{CPE}=2\times 25^\circ=50^\circ$이므로 $\triangle \mathrm{ABP}$에서

$\angle x=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

답 40°

0429 전략 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합이 180°임을 이용한다.

풀이 $\widehat{\mathrm{BAC}}=2\widehat{\mathrm{PR}}$이므로 $\widehat{\mathrm{BAC}}$에 대한 원주각의 크기는

$2\angle \mathrm{PQR}=2\times 70^\circ=140^\circ$

따라서 $\widehat{\mathrm{BC}}$에 대한 원주각의 크기는

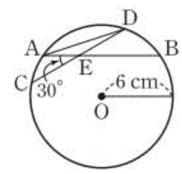
$180^\circ-140^\circ=40^\circ$

이므로 $\qquad \angle x=40^\circ$

답 ④

0430 전략 $\widehat{\mathrm{AC}}$, $\widehat{\mathrm{BD}}$에 대한 원주각의 크기의 합을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면



$\triangle \mathrm{ADE}$에서

$\angle \mathrm{ADE}+\angle \mathrm{DAE}=30^\circ$

따라서 $\widehat{\mathrm{AC}}$, $\widehat{\mathrm{BD}}$에 대한 원주각의 크기의 합이 30°이므로

$30:180=(\widehat{\mathrm{AC}}+\widehat{\mathrm{BD}}):(2\pi\times 6)$

$\therefore \widehat{\mathrm{AC}}+\widehat{\mathrm{BD}}=2\pi\ (\mathrm{cm})$

답 2π cm

05 Ⅱ. 원의 성질

원주각의 활용

0431 $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
답 ×

0432 $\angle BAC=90°-30°=60°$
따라서 $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
답 ○

0433 답 26°

0434 답 46°

0435 답 180°, 180°, 80°, 100°

0436 $\angle x+70°=180°$이므로 $\angle x=110°$
답 110°

0437 답 106°

0438 $\angle A+\angle C=95°+85°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
답 ○

0439 $\angle DCE=\angle A$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
답 ○

0440 $\angle B+\angle D=85°+85°=170° \neq 180°$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.
답 ×

0441 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle A=180°-70°=110°$
$\angle A+\angle C=110°+70°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
답 ○

0442 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle x+80°=180°$ $\therefore \angle x=100°$
답 100°

0443 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle x=\angle A=110°$
답 110°

0444 $\angle x=\angle BAT=70°$ 답 70°

0445 $\angle x=\angle CBA=54°$ 답 54°

0446 $\angle x=\angle BCA=65°$ 답 65°

0447 $\angle CBA=180°-(70°+30°)=80°$이므로
$\angle x=\angle CBA=80°$
답 80°

0448 $\angle BAC=90°$이므로
$40°+90°+\angle BAT=180°$ $\therefore \angle BAT=50°$
답 50°

0449 $\angle BCA=\angle BAT=50°$ 답 50°

0450 ③ $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
⑤ $\angle BDC=90°-55°=35°=\angle BAC$
따라서 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
답 ③, ⑤

0451 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle BAC=\angle BDC=25°$
△ABC에서
$\angle x=180°-(80°+25°)=75°$
답 75°

0452 △PBD에서
$\angle PBD=180°-(30°+115°)=35°$
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면 $\angle ABD=\angle ACD$이어야 하므로
$\angle x=35°$
답 35°

0453 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으면
$\angle DAC=\angle DBC=48°$
$\therefore \angle x=\angle DAC+\angle ADB=48°+32°=80°$
답 ④

0454 △PBD에서 $\angle DBC=45°+\angle D$
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으면
$\angle C=\angle D$ ··· ❶
△EBC에서
$(45°+\angle D)+\angle D=85°$, $2\angle D=40°$
$\therefore \angle D=20°$ ··· ❷
답 20°

채점 기준	비율
❶ $\angle DBC$, $\angle C$의 크기를 $\angle D$의 크기로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ $\angle D$의 크기를 구할 수 있다.	50 %

0455 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x+75°=180°$ $\therefore \angle x=105°$

또 $\angle y=2\angle ABC=2\times 75°=150°$이므로

$\angle y-\angle x=150°-105°=45°$

답 ④

0456 △ABC에서

$\angle B=180°-(53°+42°)=85°$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle D+85°=180°$ $\therefore \angle D=95°$

답 95°

0457 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+65°=180°$ $\therefore \angle x=115°$

답 115°

0458 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BDC=90°$

△BCD에서

$\angle DCB=90°-24°=66°$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x+66°=180°$ $\therefore \angle x=114°$

답 ③

0459 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=46°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$46°+\angle x+\angle y=180°$

$\therefore \angle x+\angle y=134°$

답 ②

다른풀이 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$46°+\angle C=180°$ $\therefore \angle C=134°$

$\angle BOD=2\angle BAD=2\times 46°=92°$이므로 □OBCD에서

$92°+\angle x+134°+\angle y=360°$

$\therefore \angle x+\angle y=134°$

0460 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+82°=180°$ $\therefore \angle x=98°$ ··· ❶

$\angle AEC=\angle ADC=82°$이므로 △AFE에서

$\angle y=\angle AEF+\angle EAF$

$=82°+22°=104°$ ··· ❷

$\therefore \angle x+\angle y=202°$ ··· ❸

답 202°

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0461 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 160°=80°$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=80°$

답 80°

0462 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD=\angle DCE=80°$

따라서 $\angle CAD=80°-50°=30°$이므로

$\angle x=\angle CAD=30°$

답 ⑤

0463 △APB에서

$\angle PAB=\angle ABC-\angle P=115°-47°=68°$ ··· ❶

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle PAB=68°$ ··· ❷

답 68°

채점 기준	비율
❶ $\angle PAB$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	50 %

다른풀이 □ABCD가 원에 내접하므로

$115°+\angle D=180°$ $\therefore \angle D=65°$

△PCD에서

$\angle x=180°-(47°+65°)=68°$

0464 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABE=50°$

즉 $\angle x+16°=50°$이므로 $\angle x=34°$

△ABD에서 $\angle ABD=90°$이므로

$\angle BAD=90°-34°=56°$

$\therefore \angle y=180°-56°=124°$

$\therefore \angle x+\angle y=158°$

답 ①

0465 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle QBC=\angle D=\angle x$

△PCD에서

$\angle PCQ=\angle P+\angle D=26°+\angle x$

△BQC에서

$32°+(26°+\angle x)+\angle x=180°$

$2\angle x=122°$ $\therefore \angle x=61°$

답 ②

0466 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADP=\angle B=60°$ ··· ❶

△ABQ에서

$\angle PAQ=\angle B+\angle Q=60°+35°=95°$ ··· ❷

△ADP에서

$\angle x=180°-(60°+95°)=25°$ ··· ❸

답 25°

채점 기준	비율
❶ $\angle$ADP의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle$PAQ의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

0467 $\angle \mathrm{BAD}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOD}=\frac{1}{2}\angle x$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle \mathrm{QCD}=\angle \mathrm{BAD}=\frac{1}{2}\angle x$

△PDA에서

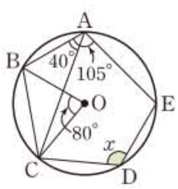
$\angle \mathrm{PDQ}=\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{P}=\frac{1}{2}\angle x+45°$

△CQD에서 $\frac{1}{2}\angle x+33°+\left(\frac{1}{2}\angle x+45°\right)=180°$

$\therefore \angle x=102°$

답 ③

0468 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC}$

$=\frac{1}{2}\times 80°=40°$

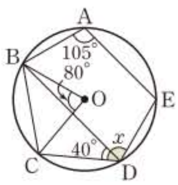
$\therefore \angle \mathrm{CAE}=105°-40°=65°$

□ACDE가 원 O에 내접하므로

$\angle x+65°=180°$ $\therefore \angle x=115°$

답 115°

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BDC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC}$

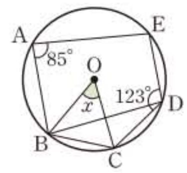
$=\frac{1}{2}\times 80°=40°$

□ABDE가 원 O에 내접하므로

$\angle \mathrm{BDE}+105°=180°$ $\therefore \angle \mathrm{BDE}=75°$

$\therefore \angle x=40°+75°=115°$

0469 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면



□ABDE가 원 O에 내접하므로

$85°+\angle \mathrm{BDE}=180°$

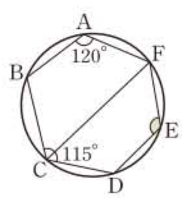
$\therefore \angle \mathrm{BDE}=95°$

$\angle \mathrm{BDC}=123°-95°=28°$이므로

$\angle x=2\angle \mathrm{BDC}=2\times 28°=56°$

답 ③

0470 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{CF}}$를 그으면



□ABCF가 원에 내접하므로

$120°+\angle \mathrm{BCF}=180°$

$\therefore \angle \mathrm{BCF}=60°$ ⋯ ❶

$\therefore \angle \mathrm{FCD}=115°-60°=55°$ ⋯ ❷

□CDEF가 원에 내접하므로

$55°+\angle \mathrm{E}=180°$ $\therefore \angle \mathrm{E}=125°$ ⋯ ❸

답 125°

채점 기준	비율
❶ $\angle$BCF의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\angle$FCD의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\angle$E의 크기를 구할 수 있다.	30 %

0471 □ABQP가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{PQC}=\angle \mathrm{A}=103°$

□PQCD가 원에 내접하므로

$103°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=77°$

답 77°

0472 □ABQP가 원에 내접하므로

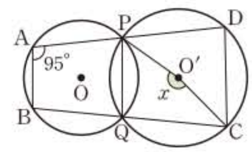
$\angle x+85°=180°$ $\therefore \angle x=95°$

□PQCD가 원에 내접하므로 $\angle y=\angle x=95°$

$\therefore \angle x+\angle y=190°$

답 ⑤

0473 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 그으면 □ABQP가 원 O에 내접하므로



$\angle \mathrm{PQC}=\angle \mathrm{A}=95°$ ⋯ ❶

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$95°+\angle \mathrm{D}=180°$

$\therefore \angle \mathrm{D}=85°$ ⋯ ❷

$\therefore \angle x=2\angle \mathrm{D}=2\times 85°=170°$ ⋯ ❸

답 170°

채점 기준	비율
❶ $\angle$PQC의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle$D의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0474 ① $\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{D}=75°+105°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $\angle \mathrm{BAD}=180°-85°=95°$이므로

$\angle \mathrm{BAD}+\angle \mathrm{C}=95°+95°=190°\neq 180°$

따라서 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

③ △ABC에서 $\angle \mathrm{B}=180°-(70°+30°)=80°$이므로

$\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{D}=80°+100°=180°$

따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle \mathrm{DAC}\neq\angle \mathrm{DBC}$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

⑤ $\angle \mathrm{ABD}=95°-60°=35°$이므로 $\angle \mathrm{ABD}=\angle \mathrm{ACD}$

따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

답 ②, ④

0475 $\angle \mathrm{ABD}=110°-75°=35°$

□ABCD가 원에 내접하려면

$\angle x=\angle \mathrm{ABD}=35°$

답 35°

0476 ④ 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$인지 알 수 없으므로 □ABCD가 원에 내접하는지 알 수 없다.

답 ④

0477 (ㄴ), (ㄹ) 정사각형과 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 $90°$이므로 대각의 크기의 합이 $180°$이다.

(ㅁ) 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 서로 같으므로 대각의 크기의 합이 $180°$이다.

이상에서 항상 원에 내접하는 사각형은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

답 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

0478 $\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 120°=60°$이므로 ··· ❶

$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$

$=90°+\frac{1}{2}\times 60°=120°$ ··· ❷

따라서 $\angle BIC=\angle BOC$이므로 □OBCI는 원에 내접한다. ··· ❸

답 풀이 참조

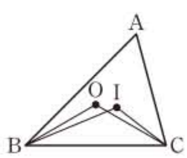
채점 기준	비율
❶ $\angle A$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle BIC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ □OBCI가 원에 내접함을 설명할 수 있다.	40 %

라쎈 보충

△ABC의 외심 O, 내심 I에 대하여

① $\angle BOC=2\angle A$

② $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$



0479 $\angle BCA=\angle BAT=30°$

△ABC는 $\overline{CA}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$

답 ④

0480 $\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기가 $\frac{1}{2}\times 70°=35°$이므로

$\angle x=35°$

답 $35°$

다른풀이 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

이때 $\angle OAT=90°$이므로

$\angle x=90°-55°=35°$

0481 $\angle ABT=\angle ATP=35°$ ··· ❶

△PTB에서 $40°+(\angle x+35°)+35°=180°$

$\therefore \angle x=70°$ ··· ❷

답 $70°$

채점 기준	비율
❶ $\angle ABT$의 크기를 구할 수 있다.	60 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %

0482 △TBP는 $\overline{BT}=\overline{PT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle P=39°$

$\therefore \angle ATP=\angle B=39°$

△APT에서

$\angle x=\angle ATP+\angle P=39°+39°=78°$

답 ⑤

0483 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=1:2:3$이므로

$\angle BCA=\frac{1}{1+2+3}\times 180°=30°$

$\therefore \angle x=\angle BCA=30°$

답 $30°$

라쎈 보충

$\widehat{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{n}$이면 $\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기는

$\frac{1}{n}\times 180°$

0484 $\angle BDC=\angle BCT=45°$

△BCD에서

$\angle BCD=180°-(55°+45°)=80°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+80°=180°$ $\therefore \angle x=100°$

답 $100°$

0485 $\angle BDC=\angle BCT=60°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BCD+85°=180°$ $\therefore \angle BCD=95°$

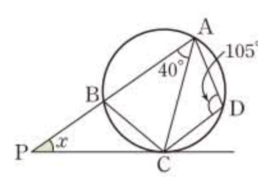
△BCD에서

$\angle x=180°-(\angle BDC+\angle BCD)$

$=180°-(60°+95°)=25°$

답 ①

0486 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle BCP=\angle BAC=40°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC+105°=180°$

$\therefore \angle ABC=75°$

△BPC에서

$\angle x=\angle ABC-\angle BCP=75°-40°=35°$

답 $35°$

0487 $\angle ADB=\angle ACB=30°$이므로

$\angle ADC=45°+30°=75°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC+75°=180°$ $\therefore \angle ABC=105°$

$\therefore \angle x=\angle ABC=105°$ 답 ③

다른풀이 $\angle CAB=\angle CDB=45°$,

$\angle BAT'=\angle BCA=30°$이므로

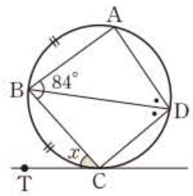
$\angle x=180°-(45°+30°)=105°$

0488 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC+84°=180°$ $\therefore \angle ADC=96°$ ··· ❶

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로



$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ADC$

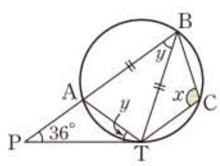
$=\frac{1}{2}\times 96°=48°$ ··· ❷

$\therefore \angle x=\angle BDC=48°$ ··· ❸

답 48°

채점 기준	비율
❶ ∠ADC의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ ∠BDC의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ ∠x의 크기를 구할 수 있다.	30 %

0489 $\angle ATP=\angle ABT=\angle y$라 하면 △APT에서



$\angle BAT=36°+\angle y$

△ATB는 $\overline{AB}=\overline{BT}$인 이등변삼각형이므로 $\angle BTA=\angle BAT=36°+\angle y$

△ATB에서

$\angle y+(36°+\angle y)+(36°+\angle y)=180°$

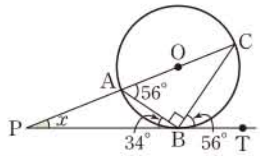
$3\angle y=108°$ $\therefore \angle y=36°$

$\therefore \angle BAT=36°+36°=72°$

□ABCT가 원에 내접하므로

$\angle x+72°=180°$ $\therefore \angle x=108°$ 답 ⑤

0490 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 $\angle ABC=90°$이므로



$\angle ABP=180°-(90°+56°)$

$=34°$

$\angle CAB=\angle CBT=56°$이므로 △APB에서

$\angle x=\angle CAB-\angle ABP=56°-34°=22°$

답 ①

0491 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BAC=90°$

$\angle CAP=\angle CBA=30°$이므로 △PAB에서

$\angle x+(30°+90°)+30°=180°$

$\therefore \angle x=30°$ 답 30°

0492 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90°$ ··· ❶

$\angle ACB:\angle ABC=\widehat{AB}:\widehat{AC}=3:7$이고

$\angle ACB+\angle ABC=90°$이므로

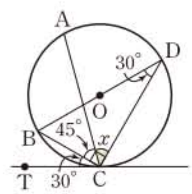
$\angle ACB=\frac{3}{3+7}\times 90°=27°$ ··· ❷

$\therefore \angle x=\angle ACB=27°$ ··· ❸

답 27°

채점 기준	비율
❶ ∠BAC의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ ∠ACB의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❸ ∠x의 크기를 구할 수 있다.	30 %

0493 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\angle BCT=\angle BDC=30°$이므로



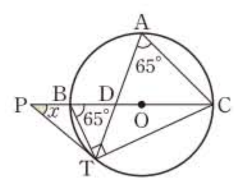
$\angle ACB=75°-30°=45°$

$\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BCD=90°$

$\therefore \angle x=90°-45°=45°$ 답 ④

0494 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$, $\overline{CT}$를 그으면



$\angle CBT=\angle CAT=65°$

$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BTC=90°$

△BTC에서 $\angle BCT=90°-65°=25°$

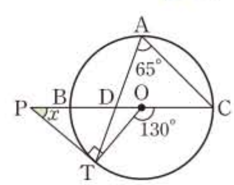
$\therefore \angle BTP=\angle BCT=25°$

△BPT에서

$\angle x=\angle CBT-\angle BTP=65°-25°=40°$

답 40°

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면



$\angle COT=2\angle CAT$

$=2\times 65°=130°$

△PTO에서 $\angle PTO=90°$이므로

$\angle x=130°-90°=40°$

0495 △ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

$\angle CFE=\angle FDE=60°$이므로

$\angle x=180°-(65°+60°)=55°$ 답 ②

0496 $\triangle APB$는 $\overline{AP}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180°-54°)=63°$ ⋯ ❶

$\angle ABC=\angle CAD=68°$이므로 ⋯ ❷

$\angle x=180°-(63°+68°)=49°$ ⋯ ❸

답 $49°$

채점 기준	비율
❶ $\angle ABP$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle ABC$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0497 $\triangle ABP$는 $\overline{AP}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

$\therefore\ \angle ACB=\angle ABP=70°$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC+\angle BAC=180°-70°=110°$

이때 $\angle ABC:\angle BAC=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=3:2$이므로

$\angle ABC=\frac{3}{3+2}\times110°=66°$

답 $66°$

0498 $\angle BTQ=\angle BAT=60°$, $\angle CTQ=\angle CDT=65°$이므로

$\angle x=180°-(60°+65°)=55°$

답 ④

0499 $\angle x=\angle ATP=70°$

$\angle CTQ=\angle ATP=70°$ (맞꼭지각)이므로

$\angle y=\angle CTQ=70°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=140°$

답 $140°$

0500 $\angle y=\angle ABT=75°$ ⋯ ❶

$\angle x=\angle y=75°$ ⋯ ❷

$\therefore\ \angle x+\angle y=150°$ ⋯ ❸

답 $150°$

채점 기준	비율
❶ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

0501 ① $\angle ABP=\angle APT=\angle DCP$

② $\angle BAP=\angle BPT'=\angle CDP$

③ 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$

④ ①, ②에서 $\triangle ABP\backsim\triangle DCP$ (AA 닮음)

⑤ ④에 의하여

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{AP}:\overline{DP}$

답 ⑤

0502 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으면

$\angle BAC=\angle BDC=\angle x$

$\therefore\ \angle x=180°-(50°+85°)=45°$

또 $\angle ACB=\angle ADB=60°$이므로

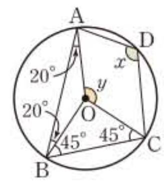
$\angle y=85°-60°=25°$

$\therefore\ \angle x-\angle y=20°$

답 $20°$

0503 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle OBA=\angle OAB=20°$,

$\angle OBC=\angle OCB=45°$

$\therefore\ \angle ABC=20°+45°=65°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle x+65°=180°$ $\therefore\ \angle x=115°$

$\angle y=2\angle ABC=2\times65°=130°$이므로

$\angle y-\angle x=15°$

답 ②

0504 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같음을 이용한다.

풀이 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABE=70°$

$\therefore\ \angle AOC=2\angle ADC=2\times70°=140°$

$\triangle OAC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-140°)=20°$

답 ③

0505 전략 원에 내접하는 사각형에서 대각의 크기의 합이 $180°$임을 이용한다.

풀이 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle A+120°=180°$ $\therefore\ \angle A=60°$

$\triangle AED$에서

$\angle EDF=\angle A+\angle E=60°+35°=95°$

$\triangle CDF$에서

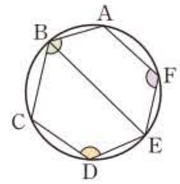
$\angle x=120°-95°=25°$

답 ②

라쎈 특강

'네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.'는 것은 '네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형이 원에 내접한다.'는 것과 같은 의미야.

0506 전략 $\overline{BE}$를 그어 육각형 ABCDEF를 원에 내접하는 두 사각형으로 나눈다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면
□ABEF가 원에 내접하므로

$\angle ABE+\angle F=180°$

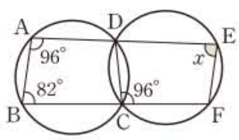
□BCDE가 원에 내접하므로

$\angle CBE+\angle D=180°$

$\therefore \angle B+\angle D+\angle F=(\angle ABE+\angle CBE)+\angle D+\angle F$
$=(\angle ABE+\angle F)+(\angle CBE+\angle D)$
$=180°+180°$
$=360°$

답 360°

0507 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같음을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$를 그으면 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DCF=\angle DAB=96°$

□DCFE가 원에 내접하므로

$\angle x+96°=180°$ $\therefore \angle x=84°$

답 84°

0508 전략 사각형이 원에 내접할 조건을 만족시키는지 확인한다.

풀이 ① △ACD에서

$\angle D=180°-(50°+20°)=110°$

$\therefore \angle B+\angle D=70°+110°=180°$

따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

② ∠BCD의 외각의 크기가 ∠A의 크기와 같지 않으므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

③ ∠BAC≠∠BDC이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

④ $\angle ABC=180°-95°=85°$

따라서 ∠ADC의 외각의 크기가 ∠ABC의 크기와 같으므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\angle A+\angle C=90°+90°=180°$

따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

답 ②, ③

0509 전략 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같음을 이용한다.

풀이 △APT는 $\overline{AP}=\overline{AT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ATP=\angle APT=35°$

$\therefore \angle ABT=\angle ATP=35°$

△PTB에서

$35°+(35°+\angle x)+35°=180°$

$\therefore \angle x=75°$

답 75°

0510 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°임을 이용한다.

풀이 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BCD+80°=180°$ $\therefore \angle BCD=100°$

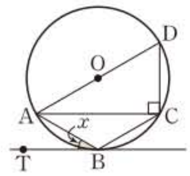
△BCD에서

$\angle CBD=180°-(25°+100°)=55°$

$\therefore \angle x=\angle CBD=55°$

답 55°

0511 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\angle ACD=90°$

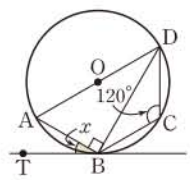
$\therefore \angle ACB=120°-90°$
$=30°$

$\therefore \angle x=\angle ACB=30°$ 답 ③

다른풀이 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DAB+120°=180°$

$\therefore \angle DAB=60°$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ABD=90°$

따라서 △ABD에서

$\angle ADB=90°-60°=30°$

$\therefore \angle x=\angle ADB=30°$

0512 전략 두 직선 PA, PB가 원의 접선일 때, △APB는 이등변삼각형임을 이용한다.

풀이 △APB는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180°-46°)=67°$

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{PB}$이므로

$\angle BAD=\angle ABP=67°$(엇각)

□ABCD가 원에 내접하므로

$67°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=113°$

답 ④

0513 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용하여 이등변삼각형을 찾는다.

풀이 △AFE는 $\overline{AF}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AFE=\frac{1}{2}\times(180°-56°)=62°$

$\therefore \angle x=\angle AFE=62°$

또 $\angle BFD=180°-(62°+63°)=55°$이므로 △FBD에서

$\angle y=180°-2\times55°=70°$

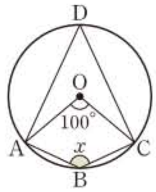
$\therefore \angle x+\angle y=132°$

답 132°

0514

전략 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면



$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$

$= \frac{1}{2} \times 100° = 50°$ ⋯ ❶

□ABCD는 원 O에 내접하므로

$50° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 130°$ ⋯ ❷

답 130°

채점 기준	비율
❶ $\angle ADC$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	50 %

다른풀이 $360° - 100° = 260°$이므로

$\angle x = \frac{1}{2} \times 260° = 130°$

0515

전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같음을 이용한다.

풀이 △DCE에서

$\angle DCE = \angle ADC - \angle E$

$= 100° - 42° = 58°$ ⋯ ❶

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x = \angle DCE = 58°$ ⋯ ❷

답 58°

채점 기준	비율
❶ $\angle DCE$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	60 %

다른풀이 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle B + 100° = 180°$ $\therefore \angle B = 80°$

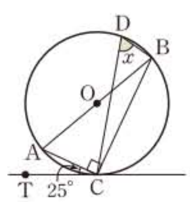
△ABE에서

$\angle x = 180° - (80° + 42°) = 58°$

0516

전략 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용할 수 있도록 보조선을 긋는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC = \angle ACT = 25°$ ⋯ ❶

$\angle ACB = 90°$이므로

$\angle CAB = 90° - 25° = 65°$ ⋯ ❷

$\therefore \angle x = \angle CAB = 65°$ ⋯ ❸

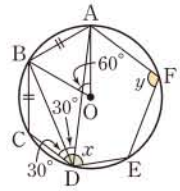
답 65°

채점 기준	비율
❶ $\angle ABC$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle CAB$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

0517

전략 육각형을 원에 내접하는 두 사각형으로 나눈다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB$

$= \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

$\overline{AB} = \overline{BC}$이면 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$이므로

$\angle BDC = \angle ADB = 30°$

또 □ADEF가 원 O에 내접하므로

$\angle ADE + \angle F = 180°$

$\therefore \angle x + \angle y = \angle BDC + \angle ADB + \angle ADE + \angle F$

$= 30° + 30° + 180° = 240°$

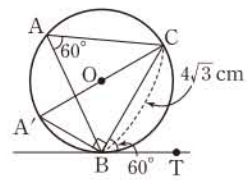
답 ⑤

0518

전략 원의 중심을 지나는 $\widehat{BC}$의 원주각을 이용한다.

풀이 $\angle CAB = \angle CBT = 60°$

오른쪽 그림과 같이 원의 지름 CA'을 그으면



$\angle CA'B = \angle CAB = 60°$

$\angle CBA' = 90°$이므로 $\triangle CA'B$에서

$\overline{CA'} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 60°} = 8\,(\text{cm})$

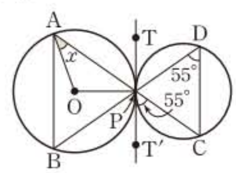
따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

답 ①

0519

전략 두 원의 공통인 접선을 그린다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나는 두 원의 공통인 접선 TT'을 그으면



$\angle CPT' = \angle CDP = 55°$

$\angle APT = \angle CPT' = 55°$ (맞꼭지각)

이므로

$\angle ABP = \angle APT = 55°$

$\therefore \angle AOP = 2\angle ABP = 2 \times 55° = 110°$

$\triangle AOP$는 $\overline{OA} = \overline{OP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = \frac{1}{2} \times (180° - 110°) = 35°$

답 35°

06 대푯값과 산포도

Ⅲ. 통계

0520 $\frac{3+2+6+4+5}{5}=\frac{20}{5}=4$ 답 4

0521 $\frac{8+10+3+7+4+4}{6}=\frac{36}{6}=6$ 답 6

0522 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 4, 5, 11, 20, 25, 48
이므로 중앙값은 11이다. 답 11

0523 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
0, 2, 3, 8, 12, 21, 32, 54
이므로 중앙값은 $\frac{8+12}{2}=10$ 답 10

0524 답 3

0525 답 1, 8

0526 $\frac{6+14+10+5+7+6+8}{7}=\frac{56}{7}=8$(회) 답 8회

0527 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 6, 6, 7, 8, 10, 14
이므로 중앙값은 7회이다. 답 7회

0528 답 6회

0529 $\frac{23+25}{2}=24$(세) 답 24세

0530 답 16세, 25세

0531 $\frac{4+10+9+15+22}{5}=\frac{60}{5}=12$ 답 12

0532 답

변량	4	10	9	15	22
편차	−8	−2	−3	3	10

0533 편차의 총합은 0이므로
$3+(-5)+0+x=0$ $\therefore x=2$ 답 2

0534 편차의 총합은 0이므로
$10+6+(-8)+(-2)+x=0$ $\therefore x=-6$ 답 −6

0535 $\frac{9+6+7+5+3}{5}=\frac{30}{5}=6$(점) 답 6점

0536 답

점수(점)	9	6	7	5	3
편차(점)	3	0	1	−1	−3
$(편차)^2$	9	0	1	1	9

0537 $\frac{9+0+1+1+9}{5}=\frac{20}{5}=4$ 답 4

0538 $\sqrt{4}=2$(점) 답 2점

0539 두 반의 성적의 평균이 같으므로 A반의 성적이 B반의 성적보다 우수하다고 할 수 없다. 답 ×

0540 A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 작으므로 A반의 성적이 B반의 성적보다 고르다고 할 수 있다. 답 ○

0541 a, b, c의 평균이 4이므로
$\frac{a+b+c}{3}=4$ $\therefore a+b+c=12$
따라서 3, $2a$, $2b$, $2c$, 8의 평균은
$$\frac{3+2a+2b+2c+8}{5}=\frac{11+2(a+b+c)}{5}$$
$$=\frac{35}{5}=7$$
답 ⑤

0542 $\frac{3+6+5+2+4+5+10}{7}=\frac{35}{7}=5$(개) 답 ②

0543 $\frac{10\times1+20\times4+30\times5+40\times8+50\times2}{20}$
$=\frac{660}{20}=33$(점) 답 33점

> **라쎈 보충**
> $(평균)=\frac{(변량의\ 총합)}{(변량의\ 개수)}=\frac{\{(변량)\times(도수)의\ 총합\}}{(도수의\ 총합)}$

0544 a, b, c, d, e의 평균이 9이므로
$\frac{a+b+c+d+e}{5}=9$ $\therefore a+b+c+d+e=45$
따라서 $a-1$, $b+8$, $c+5$, $d-3$, $e+6$의 평균은
$$\frac{(a-1)+(b+8)+(c+5)+(d-3)+(e+6)}{5}$$
$$=\frac{a+b+c+d+e+15}{5}$$
$$=\frac{60}{5}=12$$
답 ④

0545 연우의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 10

이므로 중앙값은 $\frac{7+8}{2}=7.5$(개)

재민이의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 3, 5, 5, 6, 8, 8, 9, 10

이므로 중앙값은 $\frac{5+6}{2}=5.5$(개)

따라서 $a=7.5$, $b=5.5$이므로 $a+b=13$

답 13

0546 각 자료의 중앙값은 다음과 같다.

① 3 ② 6 ③ $\frac{5+5}{2}=5$

④ $\frac{5+6}{2}=5.5$ ⑤ $\frac{4+7}{2}=5.5$

따라서 중앙값이 가장 큰 것은 ②이다.

답 ②

0547 ⑤ 150은 다른 변량들과 비교하면 극단적인 값이므로 대푯값으로 평균보다 중앙값이 더 적절하다.

답 ⑤

0548 A, B 두 연극을 관람한 학생 수가 같으므로

$4+6+x+8+10=2+8+10+12+8$

$28+x=40$ $\therefore x=12$

따라서 A 연극의 최빈값은 3점, B 연극의 최빈값은 4점이므로

$a=3$, $b=4$ $\therefore a+b=7$

답 ④

0549 도수가 가장 큰 혈액형은 A형이므로 최빈값은 A형이다.

답 A형

0550 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

25, 25, 26, 27, 27, 28, 30, 30, 30, 31, 32, 34 ⋯ ❶

중앙값은 $\frac{28+30}{2}=29$(세)이므로 $a=29$ ⋯ ❷

최빈값은 30세이므로 $b=30$ ⋯ ❸

$\therefore a+b=59$ ⋯ ❹

답 59

채점 기준	비율
❶ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 수 있다.	20 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0551 자료의 변량이 18개이므로 중앙값은

$\frac{26+28}{2}=27$ $\therefore a=27$

최빈값은 12이므로 $b=12$

$\therefore a-b=15$

답 ①

0552 $(\text{평균})=\frac{1\times1+2\times3+3\times5+4\times4+5\times2}{15}$

$=\frac{48}{15}=3.2$(회)

이므로 $a=3.2$

자료의 변량이 15개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째에 있는 값, 즉 3회이다.

$\therefore b=3$

또 최빈값도 3회이므로 $c=3$

$\therefore a+b+c=9.2$

답 ②

0553 (ㄱ) 두 놀이기구의 만족도를 각각 작은 값부터 크기순으로 나열하면

A: 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5

B: 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5

따라서 놀이기구 A의 만족도의 중앙값은

$\frac{3+3}{2}=3$(점)

놀이기구 B의 만족도의 중앙값은

$\frac{3+4}{2}=3.5$(점)

이므로 같지 않다.

(ㄷ) 놀이기구 A의 만족도의 평균은

$\frac{1\times1+2\times3+3\times4+4\times2+5\times2}{12}=\frac{37}{12}$(점)

놀이기구 B의 만족도의 평균은

$\frac{1\times3+2\times2+3\times1+4\times4+5\times2}{12}=\frac{36}{12}=3$(점)

따라서 놀이기구 A의 만족도의 평균이 더 높다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ⑤

0554 자료의 변량이 6개이므로 중앙값은 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균이다.

이때 중앙값이 14이므로

$\frac{x+18}{2}=14$, $x+18=28$

$\therefore x=10$

답 10

0555 혜진이의 4회의 시험 점수를 x점이라 하면

$\frac{87+95+83+x}{4}=90$, $265+x=360$

$\therefore x=95$

따라서 4회의 시험에서 95점을 받아야 한다.

답 ⑤

0556 전체 학생 수는 10명이므로

$x+3+2+y=10$ $\therefore x+y=5$ ⋯⋯ ㉠

용돈의 평균이 8만 원이므로

$\frac{7x+8\times3+9\times2+10y}{10}=8$

$\therefore 7x+10y=38$ ⋯⋯ ㉡ ⋯ ❶

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=1$ ··· ❷

따라서 용돈의 최빈값은 7만 원이다. ··· ❸

답 7만 원

채점 기준	비율
❶ x, y에 대한 연립방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ x, y의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 용돈의 최빈값을 구할 수 있다.	30 %

0557 주어진 자료에서 6을 제외한 변량은 모두 1개씩이므로 x의 값에 관계없이 주어진 자료의 최빈값은 6회이다.

따라서 $\frac{6+7+9+6+x+6+5}{7}=6$이므로

$x+39=42$ $\therefore x=3$

답 3

0558 조건 (가)에서 2, 3, 8, a, b의 중앙값이 6이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째 수가 6이어야 한다.

이때 $a<b$이므로 $a=6$ ··· ❶

또 조건 (나)에서 7, 13, a, b, 즉 6, 7, 13, b의 중앙값이 9이므로 b는 7과 13 사이의 수이어야 한다.

따라서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 6, 7, b, 13이고, 중앙값이 9이므로

$\frac{7+b}{2}=9$, $7+b=18$ $\therefore b=11$ ··· ❷

$\therefore b-a=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	20 %

라쎈 특강

$b=7$이면 6, 7, 7, 13 ➡ (중앙값)$=7$

$7<b<13$이면 6, 7, b, 13 ➡ $7<$(중앙값)$=\frac{7+b}{2}<10$

$b\ge 13$이면 6, 7, 13, b ➡ (중앙값)$=\frac{7+13}{2}=10$

따라서 조건 (나)를 만족시키는 b의 값의 범위는 $7<b<13$임을 알 수 있어.

0559 편차의 총합은 0이므로

$-4+2+a+3+b=0$

$\therefore a+b=-1$

답 ②

0560 편차의 총합은 0이므로

$-5+1+(-2)+x+(-3)+6+8=0$

$\therefore x=-5$

답 -5

0561 $(\text{평균})=\frac{16+15+17+19+12+17}{6}=\frac{96}{6}=16(\text{점})$

이므로 각 경기에서 얻은 점수의 편차는

0점, -1점, 1점, 3점, -4점, 1점

따라서 편차가 아닌 것은 ④이다.

답 ④

0562 (편차)×(도수)의 총합이 0이어야 하므로

$-2\times7+(-1)\times6+0\times4+1\times9+2\times x+3\times1=0$

$2x-8=0$ $\therefore x=4$

답 ③

0563 4회의 편차를 x점이라 하면 편차의 총합은 0이므로

$-5+2+4+x=0$ $\therefore x=-1$

따라서 4회의 한자 시험 점수는

$-1+82=81$(점)

답 ①

0564 $3+8=11$(개)

답 11개

0565 편차의 총합은 0이므로

$6+x+(x-4)+(-1)+(x+2)=0$

$3x+3=0$ $\therefore x=-1$ ··· ❶

따라서 C의 편차는 $-1-4=-5$(점)이므로 C의 점수는

$-5+86=81$(점) ··· ❷

답 81점

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ C의 점수를 구할 수 있다.	50 %

0566 (ㄱ) 평균을 m개라 하면 B, E의 충치의 개수는 각각 $(m-3)$개, $(m-5)$개이므로 B와 E의 충치의 개수의 차는 2개이다.

(ㄴ) C의 편차가 0개이므로 C의 충치의 개수는 평균과 같다.

(ㄷ) 충치가 가장 많은 학생은 편차가 가장 큰 A이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ③

0567 편차의 총합은 0이므로

$-5+(-3)+B+1+5=0$ $\therefore B=2$

이때 1월에 마신 우유의 개수가 15개이고 편차가 -5개이므로

평균은 $15-(-5)=20$(개)

따라서 $A=20+2=22$, $C=20+5=25$이므로

$A+B+C=22+2+25=49$

답 49

0568 금요일에 판매한 삼각김밥의 개수의 편차를 x개라 하면 편차의 총합은 0이므로

$5+3+(-3)+(-1)+x=0$ $\therefore x=-4$

따라서 분산은

$\frac{5^2+3^2+(-3)^2+(-1)^2+(-4)^2}{5}=\frac{60}{5}=12$

이므로 표준편차는 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(개)

답 ③

0569 ① $(\text{평균})=\frac{27+35+31+34+29+30}{6}$

$=\frac{186}{6}=31\,(\text{회})$

② 편차의 총합은 항상 0이다.

③ 평균이 31회이므로 주어진 자료의 편차는

-4회, 4회, 0회, 3회, -2회, -1회

따라서 $(\text{편차})^2$의 총합은

$(-4)^2+4^2+0^2+3^2+(-2)^2+(-1)^2=46$

④ $(\text{분산})=\frac{46}{6}=\frac{23}{3}$

⑤ $(\text{표준편차})=\sqrt{\frac{23}{3}}=\frac{\sqrt{69}}{3}\,(\text{회})$ 답 ②, ④

0570 연수가 얻은 점수를 표로 나타내면 다음과 같다.

점수(점)	2	4	6	8	10
다트 수(개)	1	2	1	3	3

따라서 점수의 평균은

$\frac{2\times1+4\times2+6\times1+8\times3+10\times3}{10}=\frac{70}{10}=7(\text{점})$ ··· ❶

이므로 분산은

$\frac{1}{10}\{(2-7)^2\times1+(4-7)^2\times2+(6-7)^2\times1$

$+(8-7)^2\times3+(10-7)^2\times3\}$

$=\frac{74}{10}=7.4$ ··· ❷

답 7.4

채점 기준	비율
❶ 평균을 구할 수 있다.	30 %
❷ 분산을 구할 수 있다.	70 %

0571 평균이 5이므로

$\frac{2+8+5+6+x}{5}=5,\quad 21+x=25\quad \therefore x=4$

따라서 분산은

$\frac{(2-5)^2+(8-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(4-5)^2}{5}$

$=\frac{20}{5}=4$ 답 ④

0572 연속하는 세 홀수를

$2n-1,\ 2n+1,\ 2n+3$ (n은 자연수)

이라 하면 세 수의 평균은

$\frac{(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)}{3}=\frac{6n+3}{3}=2n+1$

따라서 구하는 분산은

$\frac{(2n-1-2n-1)^2+(2n+1-2n-1)^2+(2n+3-2n-1)^2}{3}$

$=\frac{(-2)^2+2^2}{3}=\frac{8}{3}$ 답 ③

0573 주어진 자료의 평균은

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=\frac{5}{5}=1$

따라서 분산은

$\frac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2+(e-1)^2}{5}$

$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-2(a+b+c+d+e)+5}{5}$

$=\frac{65-2\times5+5}{5}=12$

이므로 표준편차는 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

0574 변량 3, 5, x, y의 평균이 3이므로

$\frac{3+5+x+y}{4}=3,\quad x+y+8=12$

$\therefore x+y=4$ ······ ㉠

또 표준편차가 $\sqrt{3}$, 즉 분산이 3이므로

$\frac{(3-3)^2+(5-3)^2+(x-3)^2+(y-3)^2}{4}=3$

$(x-3)^2+(y-3)^2=8$

$\therefore x^2+y^2-6(x+y)+18=8$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-6\times4+18=8$

$\therefore x^2+y^2=14$ 답 ③

0575 편차의 총합은 0이므로

$1+(-3)+a+(-2)+b=0$

$\therefore a+b=4$ ······ ㉠

또 표준편차가 $2\sqrt{2}$ cm, 즉 분산이 8이므로

$\frac{1^2+(-3)^2+a^2+(-2)^2+b^2}{5}=8$

$a^2+b^2+14=40$

$\therefore a^2+b^2=26$ ······ ㉡

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$4^2=26+2ab\quad \therefore ab=-5$

답 -5

0576 변량 x, y, z의 평균이 4이므로

$\frac{x+y+z}{3}=4\quad \therefore x+y+z=12$ ······ ㉠ ··· ❶

또 분산이 2이므로

$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times12+48=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$ ··· ❷

따라서 변량 x^2, y^2, z^2의 평균은

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{54}{3}=18$$ ··· ❸

답 18

채점 기준	비율
❶ $x+y+z$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ $x^2+y^2+z^2$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ x^2, y^2, z^2의 평균을 구할 수 있다.	20 %

0577 변량 a, b, c, d의 평균이 12이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=12$$

$\therefore a+b+c+d=48$

또 표준편차가 6, 즉 분산이 36이므로

$$\frac{(a-12)^2+(b-12)^2+(c-12)^2+(d-12)^2}{4}=36$$

따라서 변량 $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$의 평균은

$$\frac{a+b+c+d+12}{4}=\frac{48+12}{4}=15$$

이므로 분산은

$$\frac{1}{4}\{(a+3-15)^2+(b+3-15)^2+(c+3-15)^2+(d+3-15)^2\}$$

$$=\frac{(a-12)^2+(b-12)^2+(c-12)^2+(d-12)^2}{4}$$

$=36$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{36}=6$

답 15, 6

0578 변량 a, b, c의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=5 \qquad \therefore a+b+c=15$$

또 분산이 7이므로

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=7$$

따라서 변량 $2a$, $2b$, $2c$의 평균은

$$m=\frac{2a+2b+2c}{3}=\frac{2(a+b+c)}{3}=\frac{2\times15}{3}=10$$

이므로 분산은

$$n=\frac{(2a-10)^2+(2b-10)^2+(2c-10)^2}{3}$$

$$=4\times\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}$$

$=4\times7=28$

$\therefore n-m=18$

답 18

0579 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_5의 평균을 m이라 하면

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_5}{5}=m$$

또 분산이 3이므로

$$\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_5-m)^2}{5}=3$$

따라서 변량 $2x_1-1$, $2x_2-1$, $\cdots$, $2x_5-1$의 평균은

$$\frac{(2x_1-1)+(2x_2-1)+\cdots+(2x_5-1)}{5}$$

$$=\frac{2(x_1+x_2+\cdots+x_5)-5}{5}=2m-1$$

이므로 구하는 분산은

$$\frac{1}{5}\{(2x_1-1-2m+1)^2+(2x_2-1-2m+1)^2+\cdots+(2x_5-1-2m+1)^2\}$$

$$=4\times\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_5-m)^2}{5}$$

$=4\times3=12$

답 ⑤

0580 A 팀의 (편차)^{2}의 총합은 $(\sqrt{6})^2\times6=36$

B 팀의 (편차)^{2}의 총합은 $4^2\times6=96$

두 팀의 평균이 같으므로

(분산)$=\dfrac{36+96}{12}=11$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{11}$(개)

답 $\sqrt{11}$개

0581 여학생의 평균을 x점이라 하면

$$\frac{300\times74+250\times x}{550}=77$$

$444+5x=847$, $\quad 5x=403$

$\therefore x=80.6$

답 ②

0582 남학생의 (편차)^{2}의 총합은 $4\times4=16$

여학생의 (편차)^{2}의 총합은 $6\times9=54$

남학생과 여학생의 평균이 같으므로

(분산)$=\dfrac{16+54}{4+6}=7$

답 7

0583 ①, ③, ④, ⑤ 각 반의 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

② 2반의 표준편차가 4반의 표준편차보다 작으므로 2반의 성적이 4반의 성적보다 고르다.

답 ②

0584 표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다.

답 ①

다른풀이 주어진 자료의 표준편차를 각각 구하면 다음과 같다.

① 3 ② $\sqrt{6}$ ③ 1 ④ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ 0

0585 서울의 일일 최고 기온의 평균은

$$\frac{26+28+24+22+25}{5}=\frac{125}{5}=25(°C)$$

이므로 분산은

$$\frac{(26-25)^2+(28-25)^2+(24-25)^2+(22-25)^2+(25-25)^2}{5}$$

$$=\frac{20}{5}=4$$

대전의 일일 최고 기온의 평균은

$$\frac{22+20+21+25+27}{5}=\frac{115}{5}=23(°C)$$

이므로 분산은

$$\frac{(22-23)^2+(20-23)^2+(21-23)^2+(25-23)^2+(27-23)^2}{5}$$

$$=\frac{34}{5}=6.8$$

따라서 일일 최고 기온이 더 고른 지역은 서울이다. 답 서울

0586 (1) 2반의 그래프가 1반의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 2반의 기록이 더 좋다. ··· ❶

(2) 2반의 그래프보다 1반의 그래프의 폭이 더 좁으므로 1반의 기록이 더 고르다. ··· ❷

답 (1) 2반 (2) 1반

채점 기준	비율
❶ 팔 굽혀 펴기 기록이 더 좋은 반을 말할 수 있다.	50 %
❷ 팔 굽혀 펴기 기록이 더 고른 반을 말할 수 있다.	50 %

라쎈 특강

1반과 2반의 평균은 각각 13회, 16회이고 분산은 각각 $\frac{15}{14}$, $\frac{27}{14}$이야.

이와 같이 직접 평균과 분산을 구할 수도 있지만 그래프만으로도 두 반의 자료를 비교할 수 있어.

0587 (ㄱ) 3반의 평균이 가장 크므로 3반 학생들의 수면 시간이 1반과 2반보다 긴 편이다.

(ㄴ) 수면 시간이 가장 짧은 학생이 속한 학급은 알 수 없다.

(ㄷ) 수면 시간이 8시간 이상인 학생 수는 알 수 없다.

(ㄹ) 2반의 표준편차가 가장 작으므로 수면 시간이 가장 고른 학급은 2반이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ③

0588 전략 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한다.

풀이 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 2, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 12, 14, 15, 17, 20, 21

중앙값은 $\frac{7+7}{2}=7$(개)이므로 $a=7$

최빈값은 5개이므로 $b=5$

$\therefore a-b=2$ 답 2

0589 전략 윤주와 서연이의 점수의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구하여 비교한다.

풀이 윤주의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 6, 8, 8, 9

이므로 평균은

$$\frac{4+6+8+8+9}{5}=\frac{35}{5}=7(\text{점})$$

이고, 중앙값은 8점, 최빈값은 8점이다.

서연이의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 6, 8, 10, 10

이므로 평균은

$$\frac{6+6+8+10+10}{5}=\frac{40}{5}=8(\text{점})$$

이고, 중앙값은 8점, 최빈값은 6점, 10점이다.

① 윤주의 점수의 중앙값과 최빈값은 같다.

② 서연이의 점수의 평균과 중앙값은 같다.

③ 윤주의 점수의 평균과 서연이의 점수의 평균은 다르다.

⑤ 윤주의 점수의 최빈값과 서연이의 점수의 평균은 같다.

답 ④

0590 전략 꺾은선그래프를 해석하여 대푯값을 구한다.

풀이 (ㄴ) 평점의 평균은

$$\frac{1\times1+2\times4+3\times5+4\times3+5\times2}{1+4+5+3+2}=\frac{46}{15}(\text{점})$$

최빈값은 3점이므로 평균은 최빈값보다 크다.

(ㄷ) 15명의 평점을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5

따라서 중앙값은 3점이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ⑤

0591 전략 주어진 조건을 이용하여 x, y에 대한 연립방정식을 세운다.

풀이 $1+6+x+y+4=20$이므로

$x+y=9$ ······ ㉠

주어진 자료의 평균이 3.25회이므로

$$\frac{1\times1+2\times6+3\times x+4\times y+5\times4}{20}=3.25$$

$33+3x+4y=65$

$\therefore 3x+4y=32$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=5$

$\therefore 2x-y=3$ 답 3

0592 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b에 대한 식을 세운다.

풀이 주어진 자료의 중앙값이 7개이므로

$\frac{a+8}{2}=7$, $a+8=14$ $\therefore a=6$

또 주어진 자료의 평균이 7개이므로

$$\frac{2+6+6+8+9+b}{6}=7$$

$31+b=42 \quad \therefore b=11$

$\therefore a-b=-5$

답 -5

0593

전략 (편차)=(변량)−(평균)임을 이용한다.

풀이 ① 편차의 총합은 0이므로

$-5+4+0+x+3=0$

$\therefore x=-2$

② 학생 5명의 점수의 평균을 m점이라 하면 A의 점수는 $(m-5)$점, B의 점수는 $(m+4)$점이므로 두 학생의 점수 차는

$(m+4)-(m-5)=9$(점)

③ C의 점수는 알 수 없다.

④ E의 점수는 평균보다 3점 높다.

⑤ A의 편차가 가장 작으므로 A의 점수가 가장 낮다.

답 ⑤

0594

전략 편차와 분산, 표준편차의 뜻을 이용한다.

풀이 ③ 편차의 총합은 항상 0이다.

④ 편차를 제곱한 값의 평균은 분산이고, 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.

답 ③, ④

0595

전략 주어진 조건을 이용하여 a, b에 대한 식을 세운다.

풀이 주어진 자료의 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+3+6+9}{5}=6, \qquad a+b+18=30$$

$\therefore a+b=12 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또 표준편차가 $\sqrt{5.2}$, 즉 분산이 5.2이므로

$$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(3-6)^2+(6-6)^2+(9-6)^2}{5}=5.2$$

$(a-6)^2+(b-6)^2+18=26$

$\therefore a^2+b^2-12(a+b)+90=26$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-12\times12+90=26$

$\therefore a^2+b^2=80 \quad \cdots\cdots$ ㉡

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$12^2=80+2ab \quad \therefore ab=32$

답 32

0596

전략 주어진 조건을 이용하여 x_1, x_2, x_3에 대한 식을 세운다.

풀이 변량 x_1, x_2, x_3의 평균이 5이므로

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=5 \quad \therefore x_1+x_2+x_3=15$$

또 분산이 5이므로

$$\frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2}{3}=5$$

$\therefore (x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2=15$

따라서 변량 x_1+3, x_2+3, x_3+3, 8의 평균은

$$\frac{(x_1+3)+(x_2+3)+(x_3+3)+8}{4}=\frac{x_1+x_2+x_3+17}{4}=\frac{15+17}{4}=8$$

또 분산은

$$\frac{(x_1+3-8)^2+(x_2+3-8)^2+(x_3+3-8)^2+(8-8)^2}{4}$$

$$=\frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2}{4}$$

$$=\frac{15}{4}$$

답 8, $\frac{15}{4}$

0597

전략 9명의 점수의 총합과 (편차)^{2}의 총합을 이용한다.

풀이 점수가 9점인 학생 한 명을 제외한 나머지 9명의 점수를 x_1, x_2, $\cdots$, x_9라 하자.

10명의 점수의 평균이 9점이므로

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_9+9}{10}=9$$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_9=81$

또 10명의 점수의 분산이 $(\sqrt{2})^2=2$이므로

$$\frac{(x_1-9)^2+(x_2-9)^2+\cdots+(x_9-9)^2+(9-9)^2}{10}=2$$

$\therefore (x_1-9)^2+(x_2-9)^2+\cdots+(x_9-9)^2=20$

따라서 9명의 점수의 평균이

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_9}{9}=\frac{81}{9}=9(\text{점})$$

이므로 분산은

$$\frac{(x_1-9)^2+(x_2-9)^2+\cdots+(x_9-9)^2}{9}=\frac{20}{9}$$

즉 구하는 표준편차는

$$\sqrt{\frac{20}{9}}=\frac{2\sqrt{5}}{3}(\text{점})$$

답 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$점

0598

전략 표준편차가 작을수록 자료가 평균 가까이에 밀집되어 있고, 분포가 고르다.

풀이 ①, ③, ⑤ 각 반의 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

② 성적이 평균적으로 가장 우수한 반은 평균이 가장 높은 2반이다.

④ 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 1반이다.

답 ④

0599

전략 탈퇴한 선수의 키를 x cm로 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

풀이 11명의 선수의 키의 평균이 172 cm이므로 11명의 선수의 키의 총합은 $172\times11=1892\,(\text{cm})$ ⋯ ❶

탈퇴한 선수의 키를 x cm라 하면 나머지 10명의 선수의 키의 평균이 172.3 cm이므로

$$\frac{1892-x}{10}=172.3,\qquad 1892-x=1723$$

$$\therefore\ x=169$$

따라서 탈퇴한 선수의 키는 169 cm이다. ⋯ ❷

답 169 cm

채점 기준	비율
❶ 11명의 선수의 키의 총합을 구할 수 있다.	30 %
❷ 탈퇴한 선수의 키를 구할 수 있다.	70 %

0600

전략 펜의 개수가 19개인 학생 수를 x명으로 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

풀이 펜의 개수가 19개인 학생 수를 x명이라 하면

$$\frac{11\times2+13\times5+15\times6+17\times5+19x}{2+5+6+5+x}=15$$

$$262+19x=270+15x,\qquad 4x=8$$

$$\therefore\ x=2$$ ⋯ ❶

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(11-15)^2\times2+(13-15)^2\times5+(15-15)^2\times6+(17-15)^2\times5+(19-15)^2\times2\}$$

$$=\frac{104}{20}=5.2$$

이므로 표준편차는

$\sqrt{5.2}$(개) ⋯ ❷

답 $\sqrt{5.2}$ 개

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 표준편차를 구할 수 있다.	60 %

0601

전략 분산이 작을수록 분포가 고르다.

풀이 1반의 평균은

$$\frac{4\times2+8\times3+12\times9+16\times5+20\times1}{20}=\frac{240}{20}=12(\text{점})$$

이므로 1반의 분산은

$$\frac{(4-12)^2\times2+(8-12)^2\times3+(16-12)^2\times5+(20-12)^2\times1}{20}$$

$$=\frac{320}{20}=16$$ ⋯ ❶

2반의 평균은

$$\frac{4\times3+8\times4+12\times6+16\times4+20\times3}{20}=\frac{240}{20}=12(\text{점})$$

이므로 2반의 분산은

$$\frac{(4-12)^2\times3+(8-12)^2\times4+(16-12)^2\times4+(20-12)^2\times3}{20}$$

$$=\frac{512}{20}=25.6$$ ⋯ ❷

이때 $16<25.6$이므로 영어 듣기 평가 점수가 더 고른 반은 1반이다. ⋯ ❸

답 1반: 16, 2반: 25.6, 1반

채점 기준	비율
❶ 1반의 분산을 구할 수 있다.	40 %
❷ 2반의 분산을 구할 수 있다.	40 %
❸ 점수가 더 고른 반을 말할 수 있다.	20 %

0602

전략 변량의 개수가 짝수일 때의 중앙값을 이용한다.

풀이 6번째에 있는 값을 x분이라 하면

$$\frac{25+x}{2}=27,\qquad 25+x=54$$

$$\therefore\ x=29$$

따라서 33분을 추가한 11개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 6번째에 있는 변량은 29분이므로 구하는 중앙값은 29분이다.

답 29분

라쎈 특강

다음과 같이 그림을 그려 보면 이해하기 쉬워.

$\underbrace{○, ○, ○, ○}_{4\text{개}}$, $\underbrace{25\text{분}, 29\text{분}}$, $\underbrace{○, ○, ○, ○}_{4\text{개}}$

⊕

$\underbrace{○, ○, ○, ○, 25\text{분}}_{5\text{개}}$, $\underbrace{29\text{분}}_{\text{중앙값}}$, $\underbrace{○, 33\text{분}, ○, ○, ○}_{5\text{개}}$

0603

전략 직육면체에는 길이가 같은 모서리가 4개씩 있음을 이용하여 a, b에 대한 식을 세운다.

풀이 모서리의 길이의 평균이 8이므로

$$\frac{4a+4b+4\times10}{12}=8,\qquad 4a+4b+40=96$$

$$\therefore\ a+b=14 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또 표준편차가 $\sqrt{6}$, 즉 분산이 6이므로

$$\frac{4(a-8)^2+4(b-8)^2+4\times(10-8)^2}{12}=6$$

$$(a-8)^2+(b-8)^2+4=18$$

$$\therefore\ a^2+b^2-16(a+b)+132=18$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2-16\times14+132=18$$

$$\therefore\ a^2+b^2=110 \quad \cdots\cdots ㉡$$

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$$14^2=110+2ab$$

$$\therefore\ ab=43$$

따라서 직육면체의 겉넓이는

$$2(ab+10a+10b)=2ab+20(a+b)$$
$$=2\times43+20\times14$$
$$=366$$

답 366

0604 전략 평균과 분산의 뜻을 이용하여 m과 s^2을 x_1, $\cdots$, x_5로 나타낸다.

풀이 변량 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5의 평균이 m이므로

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=m$$

$$\therefore\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=5m$$

또 표준편차가 s이므로

$$s^2=\frac{1}{5}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+(x_4-m)^2+(x_5-m)^2\}$$

$$\therefore\ (x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+(x_4-m)^2+(x_5-m)^2=5s^2$$

따라서 변량 $\frac{x_1-m}{s}$, $\frac{x_2-m}{s}$, $\frac{x_3-m}{s}$, $\frac{x_4-m}{s}$, $\frac{x_5-m}{s}$의 평균은

$$\frac{1}{5}\left(\frac{x_1-m}{s}+\frac{x_2-m}{s}+\frac{x_3-m}{s}+\frac{x_4-m}{s}+\frac{x_5-m}{s}\right)$$
$$=\frac{(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)-5m}{5s}$$
$$=\frac{5m-5m}{5s}=0$$

또 분산은

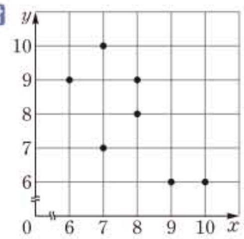
$$\frac{1}{5}\left\{\left(\frac{x_1-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_2-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_3-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_4-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_5-m}{s}\right)^2\right\}$$
$$=\frac{1}{5s^2}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+(x_4-m)^2+(x_5-m)^2\}$$
$$=\frac{1}{5s^2}\times5s^2=1$$

이므로 표준편차는 1이다. 답 ③

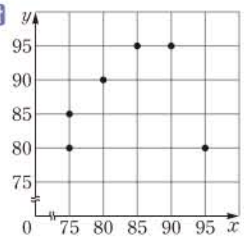
07 상관관계

Ⅲ. 통계

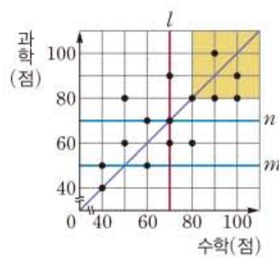
0605 답



0606 답



0607 수학 점수가 70점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l의 오른쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 9명이다. 답 9명



0608 과학 점수가 50점 이상 70점 이하인 학생 수는 **0607**의 산점도에서 두 직선 m, n 위의 점의 개수와 두 직선 m, n 사이에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 7명이다.

답 7명

0609 두 과목의 점수가 같은 학생 수는 **0607**의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다. 답 3명

0610 두 과목의 점수가 모두 80점 이상인 학생 수는 **0607**의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다. 답 5명

0611 답 (ㄴ), (ㄹ)

0612 답 (ㄷ), (ㅂ)

0613 답 (ㄱ), (ㅁ)

0614 답 ×

0615 답 양

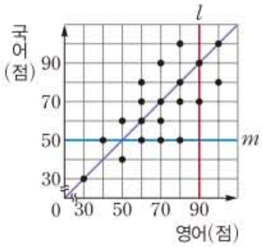
0616 답 음

0617 답 음

0618 답 ×

0619 답 음

0620 ① 영어 점수가 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l의 오른쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 4명이다.



② 국어 점수가 50점 미만인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 m보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 2명이다.

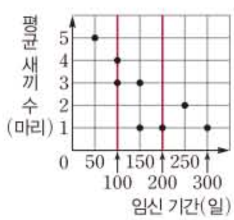
③ 두 과목의 점수가 같은 학생 수는 위의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

④ 국어 점수보다 영어 점수가 높은 학생 수는 위의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

⑤ 국어 점수가 100점인 두 학생의 영어 점수는 80점, 100점이므로 평균은 $\frac{80+100}{2}=90$(점)

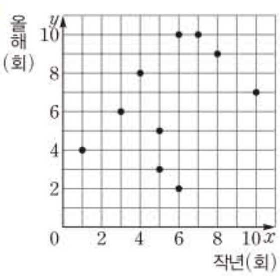
답 ④

0621 임신 기간이 100일 이상 200일 이하인 동물의 종의 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 위의 점의 개수와 두 직선 사이에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 5종이다.



답 5종

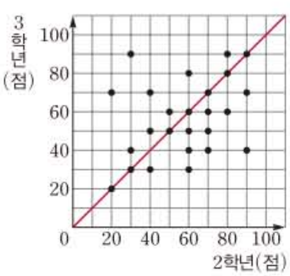
0622 답



0623 3학년 때 성적이 향상된 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

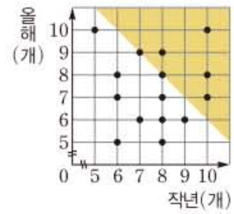
이때 전체 학생 수는 25명이므로

$\frac{8}{25}\times100=32$(%)



답 ③

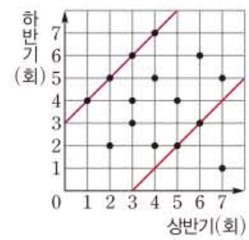
0624 작년과 올해 친 홈런의 개수의 합이 16개 이상인 선수의 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



답 ④

0625 전체 회원 수는 산점도에서의 점의 개수와 같으므로 15명이다. ··· ❶

뮤지컬을 관람한 횟수의 차가 3회인 회원 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6명이다. ··· ❷

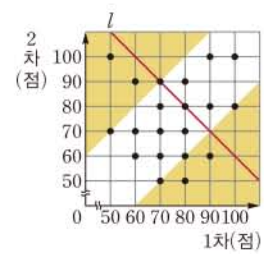


$\therefore \frac{6}{15}\times100=40$(%) ··· ❸

답 40 %

채점 기준	비율
❶ 동호회 회원 수를 구할 수 있다.	20 %
❷ 뮤지컬을 관람한 횟수의 차가 3회인 회원 수를 구할 수 있다.	50 %
❸ 답을 구할 수 있다.	30 %

0626 1차 시험과 2차 시험의 점수의 차가 20점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.



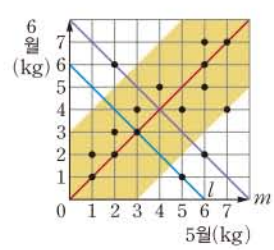
답 9명

0627 이 시험에 합격한 학생 수는 **0626**의 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l보다 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 7명이다.

$\therefore \frac{7}{20}\times100=35$(%) 답 35 %

참고 평균 점수가 80점 이상이려면 1차 시험과 2차 시험의 점수의 합이 160점 이상이면 된다.

0628 ① 5월보다 6월에 체중을 더 많이 감량한 참가자 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



② 5월과 6월에 감량한 체중의 차가 3 kg 이하인 참가자 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 13명이다.

③ 두 달 동안 가장 많이 체중을 감량한 참가자가 5월에 감량한 체중은 7 kg이다.

④ 두 달 동안 감량한 체중이 6 kg 이하인 참가자 수는 앞의 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l보다 아래쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 6명이다.

⑤ 5월, 6월에 감량한 체중의 평균이 4 kg 이상인 참가자 수는 앞의 산점도에서 직선 m 위의 점의 개수와 직선 m보다 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 9명이다.

$$\therefore \frac{9}{16}\times 100=56.25\,(\%)$$

답 ①, ④

0629 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.
①, ③ 음의 상관관계
②, ④ 상관관계가 없다.

답 ⑤

0630 과자 가격이 높을수록 만족도가 낮으면 두 변량은 음의 상관관계이다.
이때 가장 강한 음의 상관관계를 나타낸 것은 ②이다.

답 ②

0631 티셔츠의 사이즈와 가격은 상관관계가 없다.
① 양의 상관관계
②, ④, ⑤ 음의 상관관계

답 ③

0632 (ㄱ) 양의 상관관계 (ㄴ) 상관관계가 없다.
(ㄷ) 양의 상관관계 (ㄹ) 음의 상관관계
이상에서 상관관계가 같은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

0633 (ㄱ) x의 값이 커지면 y의 값은 대체로 작아진다.
(ㄷ) 자동차 사용 기간이 증가하면 중고차 가격이 하락하므로 음의 상관관계가 있다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ⑤

0634 ① 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.
② 기온이 높으면 미세먼지 농도가 낮은 날수가 적으므로 대체로 미세먼지 농도가 높다.
③ 월 평균 기온이 13 °C인 달의 미세먼지 농도가 낮은 날은 8일이다.
④ A월의 월 평균 기온은 3 °C이다.
⑤ A월, B월의 미세먼지 농도가 낮은 날은 각각 14일, 6일이므로 A월은 B월보다 대체로 미세먼지 농도가 낮다. 답 ②

0635 ⑤ C는 D보다 키가 더 작다. 답 ⑤

0636 답 D

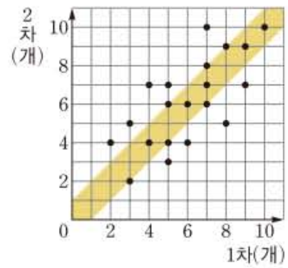
0637 주어진 산점도에서 대각선으로부터 멀리 떨어질수록 점수의 차가 크므로 점수의 차가 가장 큰 학생은 A이다.

답 A

0638 (ㄷ) 용돈에 비해 저축액이 많은 학생은 A이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ④

0639 전략 주어진 산점도에 보조선을 그어 해결한다.

풀이 1차, 2차에 성공한 자유투의 개수의 차가 1개 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 11명이다.



$$\therefore \frac{11}{20}\times 100=55\,(\%)$$

답 ②

0640 전략 음의 상관관계는 x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 작아지는 관계이다.

풀이 ① 상관관계가 없다.
②, ④ 양의 상관관계

답 ③, ⑤

0641 전략 겨울철 기온이 낮아질수록 변량이 증가하는지 감소하는지 확인한다.

풀이 겨울철 기온이 낮아질수록
롱패딩 판매율, 난방기 사용, 수도관 동파 사고, 빙판길 사고는 증가하므로 음의 상관관계가 있다.
반면 체력은 상관관계가 없다.

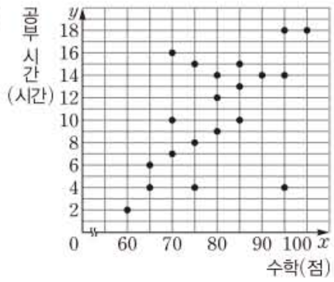
답 ⑤

0642 전략 주어진 산점도는 양의 상관관계이다.

풀이 ① A 영역에 있는 학생들은 턱걸이를 잘하는 편이다.
② B 영역에 있는 학생들은 두 종목을 모두 못하는 편이다.
③ C 영역에 있는 학생들은 팔 굽혀 펴기를 잘하는 편이다.
⑤ 팔 굽혀 펴기 횟수와 턱걸이 횟수 사이에는 양의 상관관계가 있다. 답 ④

0643 전략 산점도는 두 변량 x, y의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸 그림이다.

풀이 (1)



⋯ ❶

(2) 공부 시간이 14시간 이상인 학생들의 수학 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

70, 75, 80, 85, 90, 95, 95, 100

이므로 구하는 평균은

$$\frac{70+75+80+85+90+95+95+100}{8}$$
$$=\frac{690}{8}=86.25(\text{점})$$ ⋯ ❷

(3) 수학 점수가 높을수록 공부 시간이 많으므로 양의 상관관계이다. ⋯ ❸

답 풀이 참조

채점 기준	비율
❶ 산점도를 그릴 수 있다.	40 %
❷ 공부 시간이 14시간 이상인 학생들의 수학 점수의 평균을 구할 수 있다.	40 %
❸ 수학 점수와 공부 시간 사이의 상관관계를 말할 수 있다.	20 %

0644 전략 산점도에서 왼쪽 아래에 있을수록 두 점수의 평균이 낮음을 의미한다.

풀이 $20\times\frac{20}{100}=4(\text{명})$

성적의 평균이 하위 20 % 이내인 4명의 듣기 평가 점수는

20점, 30점, 30점, 40점

이므로 구하는 평균은

$$\frac{20+30+30+40}{4}=\frac{120}{4}=30(\text{점})$$

답 30점

0645 전략 주어진 산점도에서 A, B, C, D의 월급과 카드 사용액을 분석한다.

풀이 ② 월급에 비해 카드 사용액이 가장 적은 직원은 B이다.

답 ②

대단원 모의고사

I. 삼각비

01 ①	02 ⑤	03 ⑤	04 ②	05 ④
06 ①	07 ⑤	08 ④	09 ⑤	10 ③
11 ③	12 ③	13 ③	14 ⑤	15 ④
16 ④	17 ②	18 ③	19 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$	20 $\frac{15}{8}$
21 (1) $\sqrt{3}$ cm (2) $\sqrt{2}$			22 $6(1+\sqrt{3})$ m	
23 $10(\sqrt{3}-1)$ cm		24 9π cm^2		25 31 cm

01 전략 먼저 $\overline{AC}$의 길이를 $\overline{AB}$의 길이로 나타낸 후 삼각비의 값을 구한다.

풀이 $\overline{AB}=k$, $\overline{BC}=3k$ $(k>0)$라 하면

$$\overline{AC}=\sqrt{(3k)^2-k^2}=2\sqrt{2}k$$
$$\therefore \tan C=\frac{k}{2\sqrt{2}k}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

답 ①

02 전략 ∠A와 크기가 같은 각을 이용한다.

풀이 ① △ADB에서 $\sin A=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$

② △ABC에서 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

③ △AED에서 $\sin A=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$

④ $\angle CBD=90°-\angle C=\angle A$

△BDC에서 $\sin A=\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}$

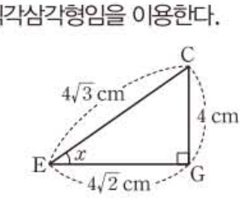
⑤ $\angle BDE=90°-\angle ADE=\angle A$

△DEB에서 $\sin A=\frac{\overline{BE}}{\overline{BD}}$

답 ⑤

03 전략 △CEG는 ∠CGE$=90°$인 직각삼각형임을 이용한다.

풀이 △CEG에서 ∠CGE$=90°$이고



$\overline{EG}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ (cm),

$\overline{EC}=\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)

이므로

$$\sin x=\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3},\ \cos x=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3},$$
$$\tan x=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\therefore \frac{\cos x}{\sin x\times\tan x}=\frac{\sqrt{6}}{3}\div\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\sqrt{6}=2$$

답 ⑤

04 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용한다.

풀이 ① $\sin 45° + \cos 45° - \tan 0°$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 0 = \sqrt{2}$$

② $\sin 45° \times \cos 45° + \tan 60° \times \cos 60°$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \times \frac{1}{2}$$
$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

③ $(\tan 60° + 2\sin 45°)(2\cos 45° - \tan 60°)$
$$= \left(\sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}\right)$$
$$= (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$
$$= (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = -1$$

④ $(\sin 30° + \cos 60° - \tan 45°)^2$
$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1\right)^2 = 0$$

⑤ $\sqrt{3}\tan 30° + \sqrt{2}\sin 45° + 2\cos 60°$
$$= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \times \frac{1}{2}$$
$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

답 ②

05 전략 삼각비의 값을 이용하여 x의 크기를 구한다.

풀이 $10° < x < 40°$에서 $\quad 30° < 3x < 120°$

$\therefore 0° < 3x - 30° < 90°$

$\tan 60° = \sqrt{3}$이므로

$3x - 30° = 60°, \quad 3x = 90° \quad \therefore x = 30°$

$\therefore \sin 3x - \cos 2x = \sin 90° - \cos 60°$
$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

답 ④

06 전략 $45°$의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{OC}$, $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{OB} = \overline{OA} = 2$이고 $\angle BOC = 180° - 135° = 45°$이므로

$\triangle BOC$에서

$$\cos 45° = \frac{\overline{OC}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{OC} = \sqrt{2}$$
$$\sin 45° = \frac{\overline{BC}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BC} = \sqrt{2}$$

따라서 $\triangle ABC$에서
$$\tan x = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$$

답 ①

07 전략 $60°$의 삼각비의 값을 이용하여 직육면체의 높이를 구한다.

풀이 $\overline{HF} = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\triangle BHF$에서
$$\tan 60° = \frac{\overline{BF}}{5\sqrt{2}} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{BF} = 5\sqrt{6}\,(\text{cm})$$

따라서 직육면체의 부피는
$$5 \times 5 \times 5\sqrt{6} = 125\sqrt{6}\,(\text{cm}^3)$$

답 ⑤

08 전략 직선과 x축의 양의 방향이 이루는 각의 크기가 a이면 직선의 기울기는 $\tan a$임을 이용한다.

풀이 직선의 기울기는 $\quad \tan 60° = \sqrt{3}$

주어진 직선의 방정식을 $y = \sqrt{3}x + b$ (b는 상수)라 하면 이 직선이 점 $(-4,\ 0)$을 지나므로

$0 = \sqrt{3} \times (-4) + b \quad \therefore b = 4\sqrt{3}$

따라서 직선의 방정식은 $\quad y = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$

즉 직선의 y절편이 $4\sqrt{3}$이므로 구하는 도형의 넓이는
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

답 ④

다른풀이 주어진 직선이 y축과 만나는 점을 A라 하면
$$\tan 60° = \frac{\overline{OA}}{4} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{OA} = 4\sqrt{3}$$

따라서 구하는 도형의 넓이는
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

09 전략 $\angle AOB = x$이므로 $\angle OAB = 90° - x$임을 이용한다.

풀이 ① $\triangle OAB$에서 $\quad \sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB}$

② $\triangle OAB$에서 $\quad \cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB}$

③ $\triangle OCD$에서 $\quad \tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD}$

④ $\triangle OAB$에서 $\quad \sin(90° - x) = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB}$

⑤ $\triangle OAB$에서 $\quad \cos(90° - x) = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB}$

답 ⑤

라쎈 특강

④ $\triangle OCD$에서 $\quad \sin(90° - x) = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{1}{\overline{OC}}$

⑤ $\triangle OCD$에서 $\quad \cos(90° - x) = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}$

이기도 해.

10 전략 $0° \le x < 90°$인 범위에서 x의 값이 증가하면 $\sin x$, $\tan x$의 값은 증가함을 이용한다.

풀이 (ㄱ) $\cos 0° = 1$

(ㄴ), (ㄹ) $\sin 45° < \sin 65° < 1$

(ㄷ), (ㅁ) $1 < \tan 50° < \tan 80°$

따라서 삼각비의 값을 작은 것부터 순서대로 나열하면

(ㄴ), (ㄹ), (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

답 ③

11 전략 $45° < x < 90°$일 때, $0 < \cos x < \sin x$임을 이용한다.

풀이 $45° < x < 90°$일 때, $0 < \cos x < \sin x$이므로

$\sin x - \cos x > 0$, $\sin x + \cos x > 0$

$\therefore \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} + \sqrt{(\sin x + \cos x)^2}$

$= \sin x - \cos x + \sin x + \cos x = 2\sin x$

따라서 $2\sin x = \sqrt{3}$, 즉 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x = 60°$

$\therefore \tan x = \tan 60° = \sqrt{3}$

답 ③

12 전략 삼각비의 값은 삼각비의 표에서 가로줄과 세로줄이 만나는 곳의 수이다.

풀이 주어진 삼각비의 표에서

$\sin 67° = 0.9205$, $\cos 65° = 0.4226$, $\tan 68° = 2.4751$

이므로 $x = 67°$, $y = 65°$, $z = 68°$

$\therefore x + y - z = 67° + 65° - 68° = 64°$

답 ③

13 전략 삼각비의 표를 이용하여 $\angle AOB$의 크기를 구한다.

풀이 $\angle AOB = x$라 하면

$\cos x = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \overline{OC} = 0.7660$

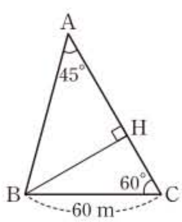
주어진 삼각비의 표에서 $\cos 40° = 0.7660$이므로

$x = 40°$

$\therefore \overline{AC} = \sin 40° = 0.6428$

답 ③

14 전략 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HC} = 60\cos 60°$

$= 60 \times \frac{1}{2} = 30\,(\text{m})$,

$\overline{BH} = 60\sin 60°$

$= 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}\,(\text{m})$

이때 $\angle A = 180° - (75° + 60°) = 45°$이므로

$\overline{AH} = \frac{30\sqrt{3}}{\tan 45°} = 30\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AH} + \overline{HC} = 30\sqrt{3} + 30$

$= 30(\sqrt{3}+1)\,(\text{m})$

답 ⑤

15 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\angle BAH = 90° - 30° = 60°$, $\angle CAH = 60° - 15° = 45°$

이므로 $\overline{AH} = h\,(\text{cm})$라 하면

$\overline{BH} = h\tan 60° = \sqrt{3}h\,(\text{cm})$,

$\overline{CH} = h\tan 45° = h\,(\text{cm})$

$\sqrt{3}h - h = 10$이므로 $(\sqrt{3}-1)h = 10$

$\therefore h = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = 5(\sqrt{3}+1)$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 5(\sqrt{3}+1)$

$= 25(\sqrt{3}+1)\,(\text{cm}^2)$

답 ④

16 전략 부채꼴의 호의 길이를 이용하여 반지름의 길이를 구한다.

풀이 부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r \times \frac{45}{360} = 2\pi$, $\frac{1}{4}\pi r = 2\pi$ $\therefore r = 8$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 8 \times 2\pi = 8\pi\,(\text{cm}^2)$

삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 45° = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 16\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

이므로 구하는 넓이는

$8\pi - 16\sqrt{2} = 8(\pi - 2\sqrt{2})\,(\text{cm}^2)$

답 ④

17 전략 이웃하는 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인각의 크기가 $x\ (0° < x < 90°)$인 평행사변형의 넓이는 $ab\sin x$이다.

풀이 $\overline{AB} = \overline{CD} = 5\,(\text{cm})$이므로

$\square ABCD = 5 \times 8 \times \sin 60°$

$= 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABP + \triangle DPC = \frac{1}{4}\square ABCD + \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 20\sqrt{3} = 10\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 ②

다른풀이 $\triangle BPC = \triangle DPC$이므로 구하는 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같다.

$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin 60° = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

18 전략 두 대각선의 길이가 a, b이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $x\,(0° < x < 90°)$인 사각형의 넓이는 $\frac{1}{2}ab\sin x$이다.

풀이 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{AC} = x\,(\text{cm})$라 하면

$\frac{1}{2} \times x \times x \times \sin(180° - 135°) = 100\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 = 100\sqrt{2}$, $x^2 = 400$

$\therefore x = 20\ (\because x > 0)$

답 ③

19 전략 먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-9^2}=12$이므로 $\quad \overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6$

따라서 △ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$이므로

$$\cos x=\frac{9}{3\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$$

답 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

20

전략 ∠A와 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 $\angle EDC=90°-\angle DEC=90°-\angle B=\angle A$ ··· ❶

△DEC에서 $\overline{DE}=\sqrt{15^2+8^2}=17$이므로

$$\sin A=\frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}=\frac{8}{17},\ \cos A=\frac{\overline{CD}}{\overline{DE}}=\frac{15}{17}$$ ··· ❷

$$\therefore \frac{\cos A}{\sin A}=\frac{15}{17}\times\frac{17}{8}=\frac{15}{8}$$ ··· ❸

답 $\frac{15}{8}$

채점 기준	배점
❶ $\angle EDC=\angle A$임을 알 수 있다.	2점
❷ $\sin A$, $\cos A$의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $\frac{\cos A}{\sin A}$의 값을 구할 수 있다.	1점

21

전략 정사면체의 모든 면은 정삼각형임을 이용한다.

풀이 (1) 정삼각형 BCD의 높이는

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\times3=\frac{3\sqrt{3}}{2}\ (\text{cm})$$

이므로 $\quad \overline{BH}=\frac{2}{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\ (\text{cm})$ ··· ❶

(2) △ABH에서

$$\overline{AH}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}\ (\text{cm})$$

$$\therefore \tan x=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$$ ··· ❷

답 (1) $\sqrt{3}$ cm (2) $\sqrt{2}$

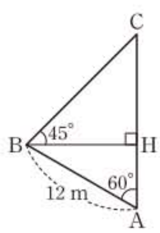
채점 기준	배점
❶ $\overline{BH}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ $\tan x$의 값을 구할 수 있다.	2점

22

전략 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}$임을 이용한다.

풀이 $\angle BAC=90°-30°=60°$

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$$\overline{AH}=12\cos60°=12\times\frac{1}{2}=6\ (\text{m})$$ ··· ❶

$$\overline{BH}=12\sin60°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\ (\text{m})$$

△BCH에서

$$\overline{CH}=6\sqrt{3}\tan45°=6\sqrt{3}\ (\text{m})$$ ··· ❷

따라서 나무의 높이는

$$\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=6+6\sqrt{3}=6(1+\sqrt{3})\ (\text{m})$$ ··· ❸

답 $6(1+\sqrt{3})$ m

채점 기준	배점
❶ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ $\overline{CH}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ 나무의 높이를 구할 수 있다.	1점

23

전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\angle BAH=45°$, $\angle CAH=60°$이므로 $\overline{AH}=h$(cm)라 하면

$$\overline{BH}=h\tan45°=h\ (\text{cm}),$$
$$\overline{CH}=h\tan60°=\sqrt{3}h\ (\text{cm})$$ ··· ❶

$h+\sqrt{3}h=20$이므로 $\quad (\sqrt{3}+1)h=20$

$$\therefore h=\frac{20}{\sqrt{3}+1}=10(\sqrt{3}-1)$$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $10(\sqrt{3}-1)$ cm이다. ··· ❷

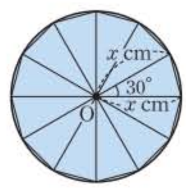
답 $10(\sqrt{3}-1)$ cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 h로 나타낼 수 있다.	2점
❷ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	2점

24

전략 정십이각형을 12개의 합동인 이등변삼각형으로 나눈다.

풀이 정십이각형은 오른쪽 그림과 같이 꼭지각의 크기가



$$\frac{360°}{12}=30°$$

인 12개의 이등변삼각형으로 나누어진다.

이때 원 O의 반지름의 길이를 x cm라 하면 정십이각형의 넓이는

$$12\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin30°\right)=12\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\times\frac{1}{2}\right)=3x^2\ (\text{cm}^2)$$

즉 $3x^2=27$이므로 $\quad x^2=9$

$$\therefore x=3\ (\because x>0)$$

따라서 원 O의 넓이는 $\quad \pi\times3^2=9\pi\ (\text{cm}^2)$

답 9π cm^2

25

전략 평행사변형의 넓이를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구한다.

풀이 $8\times\overline{AB}\times\sin(180°-120°)=30\sqrt{3}$이므로

$$8\times\overline{AB}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}\qquad\therefore \overline{AB}=\frac{15}{2}\ (\text{cm})$$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$$2\times\left(8+\frac{15}{2}\right)=31\ (\text{cm})$$

답 31 cm

Ⅱ. 원의 성질

01 ②	02 ③	03 ②	04 ①	05 ⑤
06 ③	07 ③	08 ④	09 ⑤	10 ①
11 ①	12 ④	13 ⑤	14 ③	15 ②
16 ⑤	17 ⑤	18 ②	19 $134°$	
20 $x=4$, $y=6$		21 $35°$	22 $150°$	23 $55°$
24 $53°$	25 $65°$			

01 전략 원의 중심에서 현에 그은 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

풀이 $\overline{AM}=\overline{MP}$, $\overline{PN}=\overline{NB}$이므로

$\overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{AP}+\frac{1}{2}\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 14=7\ (\text{cm})$ 답 ②

02 전략 $\overline{OC}$를 그어 직각삼각형 OPC에서 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{4+1}{2}=\frac{5}{2}\ (\text{cm})$

$\overline{OP}=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}\ (\text{cm})$이므로 $\overline{OC}$를 그으면 직각삼각형 OPC에서

$\overline{CP}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=2\ (\text{cm})$

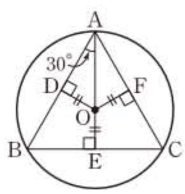
$\therefore \overline{CD}=2\overline{CP}=4\ (\text{cm})$ 답 ③

03 전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이가 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉 △ABC는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 직각삼각형 OAD에서



$\angle OAD=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

$\therefore \overline{AD}=\frac{1}{\tan 30°}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AD}=2\sqrt{3}$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$3\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ 답 ②

04 전략 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

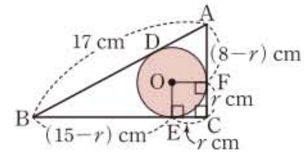
$2\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=5+6+7=18\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AF}=9\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{CF}=\overline{AF}-\overline{AC}=9-7=2\ (\text{cm})$ 답 ①

05 전략 □OECF가 정사각형임을 이용한다.

풀이 직각삼각형 ABC에서



$\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=8\ (\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{FC}=\overline{EC}=r\ (\text{cm})$

이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=8-r\ (\text{cm})$,

$\overline{BD}=\overline{BE}=15-r\ (\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$17=(8-r)+(15-r)$

$2r=6 \quad \therefore r=3$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times 3^2=9\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ⑤

다른풀이 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=8\ (\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 15\times 8=60\ (\text{cm}^2)$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(17+15+8)=60$

$\therefore r=3$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 3^2=9\pi\ (\text{cm}^2)$

06 전략 원에 외접하는 사각형의 대변의 길이의 합은 같음을 이용한다.

풀이 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6\ (\text{cm})$

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

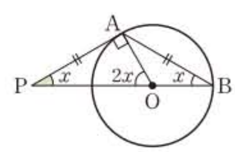
$6+\overline{DC}=5+8 \quad \therefore \overline{DC}=7\ (\text{cm})$ 답 ③

07 전략 $\overline{OA}$를 그은 후 한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{PA}=\overline{AB}$이므로

$\angle ABP=\angle APB=\angle x$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle AOP=2\angle ABP=2\angle x$

$\angle PAO=90°$이므로 △APO에서

$\angle x+2\angle x=90°, \quad 3\angle x=90°$

$\therefore \angle x=30°$ 답 ③

08 전략 (원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

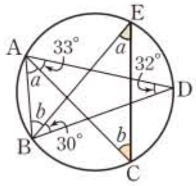
풀이 $\angle y=360°-140°=220°$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\angle y=\frac{1}{2}\times 220°=110°$

$\therefore \angle x+\angle y=330°$ 답 ④

09 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\angle BAC=\angle BEC=\angle a$,

$\angle ABE=\angle ACE=\angle b$

이므로 △ABD에서

$(\angle a+33°)+(\angle b+30°)+32°$

$=180°$

$\therefore\ \angle a+\angle b=85°$

답 ⑤

10 전략 호의 길이의 비를 이용하여 ∠BOC의 크기를 구한다.

풀이 $\widehat{AB}:\widehat{BC}=7:5$이므로

$\angle AOB:\angle BOC=7:5$

$360°-120°=240°$이므로

$\angle BOC=240°\times\dfrac{5}{7+5}=100°$

$\therefore\ \angle x=\dfrac{1}{2}\angle BOC=\dfrac{1}{2}\times100°=50°$

답 ①

11 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

풀이 △ABD에서

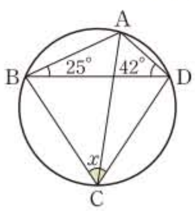
$\angle BAD=180°-(25°+42°)=113°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+113°=180°\qquad\therefore\ \angle x=67°$

답 ①

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BCA=\angle BDA=42°$,

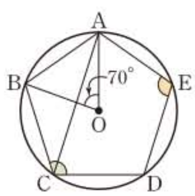
$\angle ACD=\angle ABD=25°$

$\therefore\ \angle x=\angle BCA+\angle ACD$

$=42°+25°=67°$

12 전략 $\overline{AC}$를 그어 원 O에 내접하는 사각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BCA=\dfrac{1}{2}\angle AOB$

$=\dfrac{1}{2}\times70°=35°$

□ACDE가 원 O에 내접하므로

$\angle ACD+\angle E=180°$

$\therefore\ \angle C+\angle E=\angle BCA+\angle ACD+\angle E$

$=35°+180°=215°$

답 ④

13 전략 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

풀이 ①, ② 네 점 P, Q, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle CPQ=\angle CDQ=54°$

□ABQP가 원에 내접하므로

$\angle ABD=\angle CPQ=54°$

③ □ABQP가 원에 내접하므로

$\angle BAP=\angle PQD$

④ $\angle ABD=\angle CDB=54°$(엇각)이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

답 ⑤

14 전략 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

풀이 □ABQP가 원에 내접하므로

$\angle PQC=\angle BAD=85°,\ \angle QPD=\angle ABC=110°$

□PQCD가 원에 내접하므로

$85°+\angle x=180°,\ 110°+\angle y=180°$

$\therefore\ \angle x=95°,\ \angle y=70°$

$\therefore\ \angle x-\angle y=25°$

답 ③

15 전략 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°가 아니면 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

풀이 ① $\angle A+\angle C=130°+50°=180°$

따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

② △ABC에서

$\angle B=180°-(60°+40°)=80°$

$\angle B+\angle D=80°+110°=190°\neq180°$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

③ $\angle ADB=\angle ACB=48°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle BAC=\angle BDC=55°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\angle BAD=180°-75°=105°$

따라서 ∠BCD의 외각의 크기가 ∠BAD의 크기와 같으므로 □ABCD는 원에 내접한다.

답 ②

16 전략 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같음을 이용한다.

풀이 $\angle ACB=\angle ABT=41°$

$\overline{OB}$를 그으면

$\angle AOB=2\angle ACB=2\times41°=82°$

△OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\dfrac{1}{2}\times(180°-82°)=49°$

답 ⑤

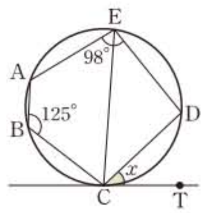
다른풀이 $\angle OBT=90°$이므로

$\angle OBA=90°-41°=49°$

$\therefore\ \angle x=\angle OBA=49°$

17 전략 $\overline{EC}$를 그어 원에 내접하는 사각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$를 그으면



□ABCE가 원에 내접하므로

$\angle AEC+125°=180°$

$\therefore \angle AEC=55°$

$\angle DEC=98°-55°=43°$이므로

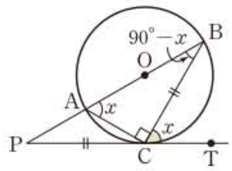
$\angle x=\angle DEC=43°$

답 ⑤

18

전략 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB=90°$

$\angle BAC=\angle BCT=\angle x$이므로

$\angle ABC=90°-\angle x$

△PCB는 $\overline{CP}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BPC=\angle PBC=90°-\angle x$

△PCB에서 $\angle x=(90°-\angle x)+(90°-\angle x)$

$3\angle x=180°$ $\therefore \angle x=60°$

답 ②

19

전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이가 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 △ABC가 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180°-2\times67°=46°$

□AMON에서

$\angle x=360°-(46°+90°+90°)=134°$

답 $134°$

20

전략 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이가 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}=\overline{AF}=5\,(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=9-5=4\,(\mathrm{cm})$

$\therefore x=4$ ⋯ ❶

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=11-5=6\,(\mathrm{cm})$이므로

$y=6$ ⋯ ❷

답 $x=4$, $y=6$

채점 기준	배점
❶ x의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ y의 값을 구할 수 있다.	2점

21

전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

풀이 $\angle x=\angle DBC=30°$ ⋯ ❶

$\angle BAC=\angle BDC=35°$이므로 △ABC에서

$\angle y=180°-(35°+50°+30°)=65°$ ⋯ ❷

$\therefore \angle y-\angle x=35°$ ⋯ ❸

답 $35°$

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	1점
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❸ $\angle y-\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	1점

22

전략 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용한다.

풀이 $\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\angle x=\angle BAC=30°$

$\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=\angle COD=2\angle BAC=2\times30°=60°$

$\therefore \angle y=2\times60°=120°$

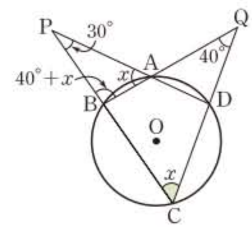
$\therefore \angle x+\angle y=150°$

답 $150°$

23

전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같음을 이용한다.

풀이 □ABCD가 원에 내접하므로



$\angle PAB=\angle C=\angle x$

△QBC에서

$\angle QBP=40°+\angle x$

△APB에서

$\angle x+30°+(40°+\angle x)=180°$

$2\angle x=110°$ $\therefore \angle x=55°$

답 $55°$

24

전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 △ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADF=\frac{1}{2}\times(180°-46°)=67°$ ⋯ ❶

$\therefore \angle DEF=\angle ADF=67°$ ⋯ ❷

△DEF에서 $\angle x=180°-(67°+60°)=53°$ ⋯ ❸

답 $53°$

채점 기준	배점
❶ $\angle ADF$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\angle DEF$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	1점

25

전략 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같음을 이용한다.

풀이 $\angle APT=\angle ACP=65°$

$\angle DPT'=\angle DBP=180°-130°=50°$

$\therefore \angle x=180°-(65°+50°)=65°$

답 $65°$

다른 풀이 $\angle APT=\angle ACP=65°$이므로

$\angle BDP=\angle BPT=65°$

△BPD에서 $\angle x=130°-65°=65°$

Ⅲ. 통계

01 ③	02 ②	03 ③	04 ③	05 ⑤
06 ④	07 ⑤	08 ②	09 ②	10 ②
11 ③, ⑤	12 ④	13 ⑤	14 ③	15 ③
16 ④	17 ②, ④	18 ③, ⑤	19 9	20 29점
21 42회	22 $\frac{17}{2}$	23 $a<b=c$		
24 평균: $3m+1$, 표준편차: $3n$	25 풀이 참조			

01 전략 평균을 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 8, 10, x, 13의 평균은

$$\frac{8+10+x+13}{4}=\frac{31+x}{4}$$

8, 10, x의 평균은

$$\frac{8+10+x}{3}=\frac{18+x}{3}$$

이때 $\frac{31+x}{4}>\frac{18+x}{3}$이므로

$93+3x>72+4x \qquad \therefore x<21$

따라서 자연수 x는 1, 2, 3, ⋯, 20의 20개이다. 답 ③

02 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b에 대한 식을 세운다.

풀이 주어진 자료의 평균이 0이므로

$$\frac{-7+4+(-1)+8+a+0+b}{7}=\frac{a+b+4}{7}=0$$

$\therefore a+b=-4$

또 주어진 자료의 최빈값이 0이므로 a 또는 b의 값이 0이어야 한다.

이때 $a<b$이므로 $\quad a=-4,\ b=0$

$\therefore b-a=4$ 답 ②

03 전략 먼저 중앙값을 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 학생 수는 14명이므로 중앙값은 7번째, 8번째에 있는 값의 평균이다.

이때 중앙값이 26 m이므로

$\frac{25+(20+a)}{2}=26, \qquad 45+a=52 \qquad \therefore a=7$

따라서 구하는 평균은

$$\frac{1}{14}(17+18+19+22+24+25+25+27+28+29+30+32+32+36)$$

$$=\frac{364}{14}=26\,(\text{m})$$ 답 ③

04 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b에 대한 식을 세운다.

풀이 도수의 합이 10명이므로

$3+a+2+b=10 \qquad \therefore a+b=5 \qquad$ ⋯⋯ ㉠

평균이 23시간이므로

$$\frac{10\times3+20a+30\times2+40b}{10}=23$$

$20a+40b=140 \qquad \therefore a+2b=7 \qquad$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=3,\ b=2$

$\therefore ab=6$ 답 ③

05 전략 주어진 보기 중에서 산포도인 것을 찾는다.

풀이 변량들이 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값은 산포도이고, 주어진 보기 중에서 산포도에 해당하는 것은 ⑤ 분산이다. 답 ⑤

06 전략 (편차)=(변량)−(평균)이므로 먼저 주어진 자료의 평균을 구한다.

풀이 주어진 자료의 평균은

$$\frac{174+177+185+179+180}{5}=\frac{895}{5}=179\,(\text{cm})$$

이므로 각 변량의 편차는

−5 cm, −2 cm, 6 cm, 0 cm, 1 cm 답 ④

07 전략 편차의 총합은 0임을 이용하여 x의 값을 먼저 구한다.

풀이 편차의 총합은 0이므로

$-4+3+1+x+(-2)=0 \qquad \therefore x=2$

⑤ 기록이 짧은 순서대로 나열하면 A, E, C, D, B이다.

답 ⑤

08 전략 (편차)=(변량)−(평균)이고 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

풀이 표준편차를 구하는 과정을 순서대로 나열하면

(ㄹ), (ㄱ), (ㄷ), (ㄴ), (ㅁ)

이므로 4번째에 오는 것은 (ㄴ)이다. 답 ②

09 전략 편차의 총합은 0이고 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

풀이 ① 자료 A의 평균은 −3이고, 자료 B의 평균은 3이므로 자료 B의 평균은 자료 A의 평균에 6을 더한 것과 같다.

② 편차의 총합은 항상 0이다.

③ 자료 A와 자료 B의 편차는 모두 −2, −1, 0, 1, 2이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$$

로 같다.

④, ⑤ 자료 C의 평균은 0이므로 분산은

$$\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$$

따라서 표준편차가 가장 큰 자료는 자료 C이고, 자료 C의 분산은 자료 B의 분산의 4배이다.

답 ②

10 전략 편차의 합이 0임을 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 각 변량의 편차가

1점, -3점, 2점, $(a-91)$점, -5점, -2점

이므로 $1+(-3)+2+(a-91)+(-5)+(-2)=0$

$\therefore a=98$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1^2+(-3)^2+2^2+7^2+(-5)^2+(-2)^2}{6}=\frac{92}{6}=\frac{46}{3}$$

답 ②

11 전략 최빈값은 2개 이상일 수도 있다.

풀이 ① $(\text{평균})=\frac{6\times2+7\times4+8\times4+9\times2+10\times3}{15}$

$=\frac{120}{15}=8$

② 도수의 합이 15명이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기 순으로 나열할 때 8번째에 있는 값, 즉 8이다.

③ 최빈값은 7, 8이다.

④ 평균이 8이므로 주어진 자료의 편차는

-2, -1, 0, 1, 2

따라서 $(\text{편차})^2$의 총합은

$(-2)^2\times2+(-1)^2\times4+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times3=26$

⑤ $(\text{분산})=\frac{26}{15}$

답 ③, ⑤

12 전략 주어진 자료의 평균을 a로 나타낸다.

풀이 주어진 자료의 평균은

$$\frac{3+a+3+2a+3}{3}=\frac{3a+9}{3}=a+3$$

이때 분산이 24이므로 $\frac{(-a)^2+a^2}{3}=24$, $2a^2=72$

$a^2=36$ $\therefore a=6\,(\because a>0)$

답 ④

13 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b, c, d에 대한 식을 세운다.

풀이 변량 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=5$ $\therefore a+b+c+d=20$ ······ ㉠

또 표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=4$$

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2=16$

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2-10(a+b+c+d)+100=16$

이 식에 ㉠을 대입하여 정리하면

$a^2+b^2+c^2+d^2=116$

따라서 4개의 변량 a^2, b^2, c^2, d^2의 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}=\frac{116}{4}=29$$

답 ⑤

14 전략 남학생과 여학생의 점수의 평균이 18점으로 같으므로 전체 학생의 점수의 평균도 18점임을 이용한다.

풀이 남학생 점수의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $16\times3^2=144$

여학생 점수의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $14\times(2\sqrt{3})^2=168$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{144+168}{16+14}=\frac{312}{30}=10.4$$

답 ③

라쎈 보충

평균이 같은 두 집단 A, B의 도수가 각각 a, b이고 분산이 각각 x^2, y^2일 때, 두 집단 전체의 분산은

$$\frac{ax^2+by^2}{a+b}$$

15 전략 성적의 분포 상태가 가장 고른 모둠을 찾는다.

풀이 주어진 자료의 평균을 각각 구하면

① 86.25점 ② 85점 ③ 85점 ④ 85점 ⑤ 78.75점

성적이 평균 가까이에 가장 밀집되어 있는 것은 ③이므로 표준편차가 가장 작은 모둠은 ③이다.

답 ③

16 전략 표준편차가 작을수록 자료의 분포 상태가 고르다.

풀이 ① 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

② 실기 점수가 평균적으로 가장 높은 반은 3반이다.

③ 2반과 4반의 점수의 표준편차가 다르므로 산포도는 같지 않다.

④ 3반의 점수의 표준편차가 1반의 점수의 표준편차보다 크므로 3반 학생들의 성적이 1반 학생들의 성적보다 넓게 퍼져 있다.

⑤ 점수의 분포 상태가 가장 고른 반은 4반이다.

답 ④

17 전략 대푯값과 산포도의 뜻과 성질을 이용한다.

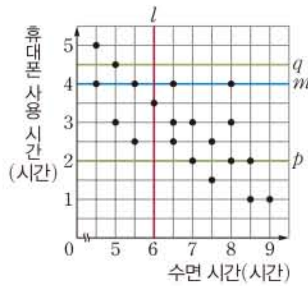
풀이 ① 분산, 표준편차는 산포도이다.

③ 최빈값은 자료의 극단적인 값에 영향을 받지 않는다.

⑤ 분산은 $(\text{편차})^2$의 평균이다.

답 ②, ④

18 전략 주어진 조건에 따라 기준이 되는 보조선을 긋는다.



풀이 ① 수면 시간이 6시간 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l보다 왼쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

② 휴대폰 사용 시간이 4시간 이상인 학생 수는 오른쪽

산점도에서 직선 m 위의 점의 개수와 직선 m보다 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 6명이다.

$\therefore \frac{6}{20}\times 100=30\,(\%)$

③ 수면 시간이 5시간인 두 학생의 휴대폰 사용 시간은 3시간, 4.5시간이므로 평균은

$\frac{3+4.5}{2}=3.75$(시간)

④ 휴대폰 사용 시간이 2시간 이상 4시간 30분 이하인 학생 수는 앞의 산점도에서 두 직선 p, q 위의 점의 개수와 두 직선 p, q 사이에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 16명이다.

⑤ 수면 시간과 휴대폰 사용 시간은 음의 상관관계를 나타낸다.

답 ③, ⑤

19 전략 x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한다.

풀이 x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 12, 13

(i) $x\geq 10$이면 (중앙값)$=\frac{9+10}{2}=9.5$

(ii) $9<x<10$이면 (중앙값)$=\frac{9+x}{2}\neq 9$

(iii) $x\leq 9$이면 (중앙값)$=\frac{9+9}{2}=9$

이상에서 $x\leq 9$이므로 가장 큰 x의 값은 9이다. 답 9

20 전략 5회의 점수를 x점이라 하고 4회까지의 점수의 평균과 5회까지의 점수의 평균을 비교한다.

풀이 4회까지의 점수의 평균은

$\frac{18+15+20+23}{4}=\frac{76}{4}=19$(점)

5회의 점수를 x점이라 하면 5회까지의 점수의 평균은

$\frac{18+15+20+23+x}{5}=\frac{76+x}{5}$(점)

이때 5회까지의 점수의 평균이 4회까지의 점수의 평균보다 2점이 높으므로

$\frac{76+x}{5}=19+2,\qquad 76+x=105$

$\therefore x=29$ 답 29점

21 전략 편차의 총합이 0임을 이용한다.

풀이 미영이의 편차를 x회라 하면 편차의 총합은 0이므로

$3+(-2)+x+(-1)+1=0$

$\therefore x=-1$ ··· ❶

따라서 미영이가 매점에 간 횟수는

$20+(-1)=19$(회)

민호가 매점에 간 횟수는 $20+3=23$(회)

이므로 구하는 합은 $19+23=42$(회) ··· ❷

답 42회

채점 기준	배점
❶ 미영이의 편차를 구할 수 있다.	1점
❷ 미영이와 민호가 매점에 간 횟수의 합을 구할 수 있다.	3점

22 전략 잘못 본 4개의 변량의 평균과 분산을 이용하여 a, b에 대한 식을 세운다.

풀이 4, a, b, 8의 평균이 6, 분산이 10이므로

$\frac{4+a+b+8}{4}=6$에서 $a+b=12$

$\frac{(4-6)^2+(a-6)^2+(b-6)^2+(8-6)^2}{4}=10$에서

$(a-6)^2+(b-6)^2=32$

따라서 원래의 4개의 변량 7, a, b, 5의 평균은

$\frac{7+a+b+5}{4}=\frac{12+12}{4}=6$이므로 분산은

$\frac{(7-6)^2+(a-6)^2+(b-6)^2+(5-6)^2}{4}=\frac{2+32}{4}=\frac{17}{2}$

답 $\frac{17}{2}$

23 전략 세 자료의 변량을 먼저 구한다.

풀이 자료 A에서 1, 2, 3, 4, 5의 평균은

$\frac{1+2+3+4+5}{5}=\frac{15}{5}=3$

이므로 분산은

$\frac{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2}{5}$

$=\frac{10}{5}=2$

$\therefore a=\sqrt{2}$ ··· ❶

자료 B에서 1, 3, 5, 7, 9의 평균은

$\frac{1+3+5+7+9}{5}=\frac{25}{5}=5$

이므로 분산은

$\frac{(1-5)^2+(3-5)^2+(5-5)^2+(7-5)^2+(9-5)^2}{5}$

$=\frac{40}{5}=8$

$\therefore b=2\sqrt{2}$ ··· ❷

자료 C에서 2, 4, 6, 8, 10의 평균은

$\frac{2+4+6+8+10}{5}=\frac{30}{5}=6$

이므로 분산은

$\frac{(2-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(10-6)^2}{5}$

$=\frac{40}{5}=8$

$\therefore c=2\sqrt{2}$ ··· ❸

$\therefore a<b=c$ ··· ❹

답 $a<b=c$

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ c의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ a, b, c의 대소를 비교할 수 있다.	1점

24 전략 a, b, c의 평균과 분산을 이용하여 a, b, c에 대한 식을 세운다.

풀이 a, b, c의 평균이 m, 표준편차가 n이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=m,\ \frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2}{3}=n^2$$

$$\therefore\ a+b+c=3m,$$
$$(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2=3n^2$$

$3a+1$, $3b+1$, $3c+1$의 평균은

$$\frac{(3a+1)+(3b+1)+(3c+1)}{3}=\frac{3(a+b+c)+3}{3}$$
$$=3m+1$$

분산은

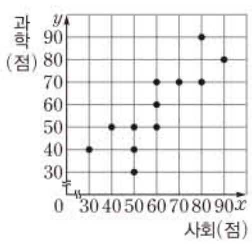
$$\frac{(3a+1-3m-1)^2+(3b+1-3m-1)^2+(3c+1-3m-1)^2}{3}$$
$$=\frac{9(a-m)^2+9(b-m)^2+9(c-m)^2}{3}$$
$$=3\{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2\}$$
$$=3\times 3n^2=9n^2$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{9n^2}=3n$ ($\because$ $n\geq 0$)

답 평균: $3m+1$, 표준편차: $3n$

25 전략 주어진 조건에 따라 기준이 되는 보조선을 긋는다.

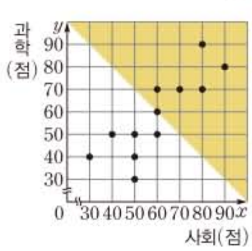
풀이 (1)



⋯ ❶

따라서 양의 상관관계이다. ⋯ ❷

(2) 두 과목의 점수의 평균이 60점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다. ⋯ ❸



답 풀이 참조

채점 기준	배점
❶ 산점도를 그릴 수 있다.	2점
❷ 상관관계를 말할 수 있다.	1점
❸ 평균이 60점 이상인 학생은 몇 명인지 구할 수 있다.	2점