0706 소라는 x의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(3x+1)(4x-1)=12x^2+x-1$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 1, 상수항은 -1이다.
민영이는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+1)(6x-5)=6x^2+x-5$

에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 6, x의 계수는 1이다.
따라서 처음 이차식은 $6x^2+x-1$이므로 바르게 인수분해하면

$6x^2+x-1=(2x+1)(3x-1)$

답 $(2x+1)(3x-1)$

0707 $x^3-x^2y-6xy^2=x(x^2-xy-6y^2)$

$=x(x+2y)(x-3y)$

이므로 $x^3-x^2y-6xy^2$의 인수인 것은 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

0708 $a^4-16a^2=a^2(a^2-16)=a^2(a+4)(a-4)$

답 ④

0709 $2a^3b-5a^2b^2+2ab^3=ab(2a^2-5ab+2b^2)$

$=ab(2a-b)(a-2b)$

답 $ab(2a-b)(a-2b)$

0710 (주어진 식)$=7(a-b)x^2-28(a-b)y^2$

$=7(a-b)(x^2-4y^2)$

$=7(a-b)(x+2y)(x-2y)$

답 ⑤

0711 $2x+3=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-4A+4=(A-2)^2$

$=(2x+3-2)^2=(2x+1)^2$

$\therefore a=1$

답 ③

0712 $a+3=A$로 놓으면

(주어진 식)$=3A^2+4A-4$

$=(A+2)(3A-2)$

$=(a+3+2)\{3(a+3)-2\}$

$=(a+5)(3a+7)$

답 ⑤

0713 $x+7=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-11A+30$

$=(A-5)(A-6)$ ··· ❶

$=(x+7-5)(x+7-6)$

$=(x+2)(x+1)$ ··· ❷

따라서 두 일차식은 $x+2$, $x+1$이므로 두 일차식의 합은

$(x+2)+(x+1)=2x+3$ ··· ❸

답 $2x+3$

채점 기준	비율
❶ 치환한 식을 인수분해할 수 있다.	40 %
❷ 원래의 식을 대입하여 정리할 수 있다.	30 %
❸ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30 %

0714 $3x-y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A(A+5)-6=A^2+5A-6$

$=(A+6)(A-1)$

$=(3x-y+6)(3x-y-1)$

답 $(3x-y+6)(3x-y-1)$

0715 $a+b=A$, $b+c=B$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=\{(a+b)+(b+c)\}\{(a+b)-(b+c)\}$

$=(a+2b+c)(a-c)$

답 ②, ⑤

0716 $4x+y=A$, $x+4y=B$로 놓으면

(주어진 식)

$=A^2-9B^2$

$=(A+3B)(A-3B)$

$=\{(4x+y)+3(x+4y)\}\{(4x+y)-3(x+4y)\}$

$=(7x+13y)(x-11y)$

따라서 $a=13$, $b=-11$이므로

$a-b=24$

답 24

0717 (1) (주어진 식)$=A^2-10AB+24B^2$

$=(A-4B)(A-6B)$

따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉡이다. ··· ❶

(2) (주어진 식)$=(A-4B)(A-6B)$

$=\{(x+1)-4(2x-1)\}\{(x+1)-6(2x-1)\}$

$=(-7x+5)(-11x+7)$

$=(7x-5)(11x-7)$ ··· ❷

답 (1) ㉡ (2) $(7x-5)(11x-7)$

채점 기준	비율
❶ 처음으로 잘못된 부분을 찾을 수 있다.	30 %
❷ 이차식을 인수분해할 수 있다.	70 %

0718 $x^2-y^2-2x+2y=(x+y)(x-y)-2(x-y)$

$=(x-y)(x+y-2)$

답 ②

06 다항식의 인수분해

0719 $x^3-x^2-4x+4=x^2(x-1)-4(x-1)$
$=(x^2-4)(x-1)$
$=(x+2)(x-2)(x-1)$

답 ③

0720 $2x^3-3x^2-18x+27=x^2(2x-3)-9(2x-3)$
$=(x^2-9)(2x-3)$
$=(x+3)(x-3)(2x-3)$

따라서 $a=-3$, $b=-3$이므로
$a-b=0$

답 0

0721 $3xy+x+3y+1=x(3y+1)+(3y+1)$
$=(x+1)(3y+1)$

$4xy^2+4y^2-x-1=4y^2(x+1)-(x+1)$
$=(4y^2-1)(x+1)$
$=(2y+1)(2y-1)(x+1)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x+1$이다.

답 ①

0722 $4x^2-y^2+4x+1=(4x^2+4x+1)-y^2$
$=(2x+1)^2-y^2$
$=(2x+y+1)(2x-y+1)$

답 ④

0723 $9x^2-z^2-6xy+y^2=(9x^2-6xy+y^2)-z^2$
$=(3x-y)^2-z^2$
$=(3x-y+z)(3x-y-z)$

답 ③, ④

0724 $x^2-6x+9-y^2=(x-3)^2-y^2$
$=(x+y-3)(x-y-3)$ ··· ❶

$(x-y)^2-(x-y)-6$에서 $x-y=A$로 놓으면
$(x-y)^2-(x-y)-6=A^2-A-6$
$=(A-3)(A+2)$
$=(x-y-3)(x-y+2)$ ··· ❷

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-y-3$이므로
$a=-1$, $b=-3$
$\therefore a+b=-4$ ··· ❸

답 -4

채점 기준	비율
❶ $x^2-6x+9-y^2$을 인수분해할 수 있다.	40 %
❷ $(x-y)^2-(x-y)-6$을 인수분해할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0725 $15.5^2\times2.1-14.5^2\times2.1$
$=2.1\times(15.5^2-14.5^2)$
$=2.1\times(15.5+14.5)(15.5-14.5)$
$=2.1\times30\times1$
$=63$

답 ⑤

0726 $61\times(61+6)+9=61^2+6\times61+9$
$=61^2+2\times61\times3+3^2$
$=(61+3)^2=64^2$

$\therefore a=64$

답 ⑤

0727 $A=37^2-54\times37+27^2$
$=37^2-2\times37\times27+27^2$
$=(37-27)^2$
$=10^2=100$ ··· ❶

$B=5.4^2-3.4^2=(5.4+3.4)(5.4-3.4)$
$=8.8\times2=17.6$ ··· ❷

$\therefore AB=1760$ ··· ❸

답 1760

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ AB의 값을 구할 수 있다.	20 %

0728 $(\text{주어진 식})=\dfrac{23^2+2\times23\times17+17^2}{(27+23)(27-23)}$
$=\dfrac{(23+17)^2}{50\times4}$
$=\dfrac{40^2}{200}$
$=8$

답 8

0729 $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$
$=(2.75+1.25)^2=4^2$
$=16$

답 ⑤

0730 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$
$=4-3$
$=1$

답 1

0731 $\dfrac{2x^2+9xy-5y^2}{2x-y}=\dfrac{(x+5y)(2x-y)}{2x-y}=x+5y$
$=\dfrac{5}{2}+5\times\dfrac{7}{10}$
$=\dfrac{5}{2}+\dfrac{7}{2}=6$

답 ④

0732 $x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$,

$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$ ⋯ ❶

$\therefore\ x^2+xy-6y^2$

$=(x+3y)(x-2y)$ ⋯ ❷

$=\{(3+2\sqrt{2})+3(\sqrt{2}-1)\}\{(3+2\sqrt{2})-2(\sqrt{2}-1)\}$

$=5\sqrt{2}\times 5$

$=25\sqrt{2}$ ⋯ ❸

답 $25\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ x, y의 분모를 유리화할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	30 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

0733 주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

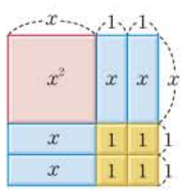
$x^2+4x+4=(x+2)^2$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x+2$이다.

답 ②

라쎈 특강

주어진 모든 직사각형을 겹치지 않게 이어 붙여 만든 정사각형은 오른쪽 그림과 같아.
따라서 새로운 정사각형의 한 변의 길이는 $x+2$임을 그림을 통해서도 알 수 있어.



0734 주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$2x^2+5x+2=(2x+1)(x+2)$

따라서 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각

$2x+1$, $x+2$ 또는 $x+2$, $2x+1$

이므로 구하는 합은

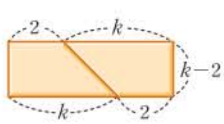
$(2x+1)+(x+2)=3x+3$

답 $3x+3$

0735 반으로 자르기 전의 도형의 넓이는

k^2-4

새로운 직사각형의 가로의 길이는 $k+2$, 세로의 길이는 $k-2$이므로 그 넓이는



$(k+2)(k-2)$

이때 두 도형의 넓이가 같으므로

$k^2-4=(k+2)(k-2)$

따라서 설명할 수 있는 인수분해 공식은

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

답 ③

0736 $49x^2-28x+4=(7x-2)^2$

따라서 엽서의 한 변의 길이는 $7x-2$이므로 둘레의 길이는

$4(7x-2)=28x-8$

답 $28x-8$

0737 사다리꼴의 높이를 x라 하면

$\dfrac{1}{2}\times\{(2a-1)+(3a+5)\}\times x=25a^2-16$

$\dfrac{1}{2}(5a+4)x=(5a+4)(5a-4)$

$\therefore\ x=2(5a-4)=10a-8$

따라서 사다리꼴의 높이는 $10a-8$이다.

답 $10a-8$

0738 $(2x+5)^2-2^2=(2x+5+2)(2x+5-2)$

$=(2x+7)(2x+3)$ ⋯ ❶

따라서 직사각형의 세로의 길이는 $2x+7$이다. ⋯ ❷

답 $2x+7$

채점 기준	비율
❶ 주어진 도형의 넓이의 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 직사각형의 세로의 길이를 구할 수 있다.	30 %

0739 직사각형의 가로의 길이는 $2x+5+a$, 세로의 길이는 $2x+5-a$이므로

$(2x+5+a)(2x+5-a)=4x^2+20x+9$

이때 $4x^2+20x+9=(2x+9)(2x+1)$이고 $a>0$이므로

$5+a=9$, $5-a=1$

$\therefore\ a=4$

답 4

0740 전략 공통인수의 뜻을 이용한다.

풀이 ③ a^2b는 $6ab^3$의 인수가 아니다.

답 ③

0741 전략 $p^2+2pq+q^2=(p+q)^2$임을 이용한다.

풀이 $x(x+a)+64=(x+b)^2$에서

$x^2+ax+64=(x+b)^2$

$64=b^2$이므로 $b=8$ ($\because\ b>0$)

$a=2\times1\times b=16$

$\therefore\ a-b=8$

답 8

0742 전략 인수분해와 전개를 이용하여 A의 값을 구한다.

풀이 ① $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ $\therefore\ A=1$

② $(3x+4y)(3x-4y)=9x^2-16y^2$ $\therefore\ A=16$

③ $4x^2-81y^2=(2x+9y)(2x-9y)$ $\therefore\ A=2$

④ $\dfrac{1}{9}x^2-\dfrac{1}{4}y^2=\left(\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{2}y\right)\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{2}y\right)$ $\therefore\ A=-\dfrac{1}{2}$

06 다항식의 인수분해

⑤ $-2x^2+8y^2=-2(x^2-4y^2)=-2(x+2y)(x-2y)$

$\therefore A=-2$

답 ⑤

0743 전략 인수분해 공식을 이용하여 각 다항식을 인수분해한다.

풀이 ① $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$

② $x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$

③ $x^2+6x+5=(x+5)(x+1)$

④ $2x^2-2=2(x^2-1)=2(x+1)(x-1)$

⑤ $2x^2+4x+2=2(x^2+2x+1)=2(x+1)^2$

답 ②

0744 전략 주어진 식을 전개한 후 인수분해한다.

풀이 $(5x-2)(2x+3)+7=10x^2+11x-6+7$

$=10x^2+11x+1$

$=(x+1)(10x+1)$

답 ⑤

0745 전략 인수분해와 전개를 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 구한다.

풀이 ① $4x^2-4x+1=(2x-1)^2$ $\therefore \square=2$

② $(5x+2y)(5x-2y)=25x^2-4y^2$ $\therefore \square=4$

③ $x^2+12x+20=(x+10)(x+2)$ $\therefore \square=2$

④ $(x+2)(2x-5)=2x^2-x-10$ $\therefore \square=2$

⑤ $3x^2+12x+12=3(x^2+4x+4)=3(x+2)^2$

$\therefore \square=2$

답 ②

0746 전략 $x-5$가 이차식 Ax^2+Bx+C의 인수이면 $Ax^2+Bx+C=(x-5)(Ax+\triangle)$임을 이용한다.

풀이 $x^2+ax+30=(x-5)(x+m)$ (m은 상수)이라 하면

$x^2+ax+30=x^2+(m-5)x-5m$

따라서 $a=m-5$, $30=-5m$이므로

$m=-6$, $a=-6-5=-11$

$3x^2-10x+b=(x-5)(3x+n)$ (n은 상수)이라 하면

$3x^2-10x+b=3x^2+(n-15)x-5n$

따라서 $-10=n-15$, $b=-5n$이므로

$n=5$, $b=-5\times5=-25$

$\therefore a+b=-36$

답 -36

0747 전략 경수와 지은이가 인수분해한 식을 각각 전개하여 제대로 본 항을 구한다.

풀이 경수는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+8)(x-7)=x^2+x-56$

에서 처음 이차식의 상수항은 -56이다.

지은이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+9)(x+1)=x^2+10x+9$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 10이다.

따라서 처음 이차식은 $x^2+10x-56$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2+10x-56=(x+14)(x-4)$

답 $(x+14)(x-4)$

0748 전략 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해한다.

풀이 $2xy^3+5xy^2-3xy=xy(2y^2+5y-3)$

$=xy(y+3)(2y-1)$

답 ③

0749 전략 공통부분을 한 문자로 치환하여 인수분해한다.

풀이 A에서 $a-b=X$로 놓으면

$A=7X^2+6X-1=(7X-1)(X+1)$

$=\{7(a-b)-1\}(a-b+1)$

$=(7a-7b-1)(a-b+1)$

B에서 $a+b=Y$, $2b-1=Z$로 놓으면

$B=Y^2-Z^2=(Y+Z)(Y-Z)$

$=\{(a+b)+(2b-1)\}\{(a+b)-(2b-1)\}$

$=(a+3b-1)(a-b+1)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $a-b+1$이다.

답 ③

0750 전략 공통부분이 생기도록 두 항씩 묶어 인수분해한다.

풀이 (주어진 식)$=x^2(x-9)-4(x-9)$

$=(x^2-4)(x-9)$

$=(x+2)(x-2)(x-9)$

따라서 세 일차식이 $x+2$, $x-2$, $x-9$이므로 세 일차식의 합은

$(x+2)+(x-2)+(x-9)=3x-9$

답 $3x-9$

0751 전략 완전제곱식으로 나타낼 수 있는 세 항을 찾아 A^2-B^2 꼴로 변형하여 인수분해한다.

풀이 $x^2+y^2-4-2xy=(x^2-2xy+y^2)-4$

$=(x-y)^2-2^2$

$=(x-y+2)(x-y-2)$

따라서 $a=1$, $b=-1$, $c=-2$이므로

$a+b-c=1+(-1)-(-2)=2$

답 2

0752 전략 $99=A$로 놓고 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 $99=A$로 놓으면

$99^2-8\times99-9=A^2-8A-9=(A+1)(A-9)$

$=(99+1)(99-9)$

$=100\times90=9000$

따라서 ⑤ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$를 이용하는 것이 가장 편리하다.

답 ⑤

0753 전략 항이 4개인 다항식을 두 항씩 묶어 인수분해한다.

풀이 $ac-ab+bc-b^2=a(c-b)+b(c-b)$
$=(a+b)(c-b)$
$=(a+b)\times\{-(b-c)\}$
$=7\times(-3)$
$=-21$

답 -21

0754 전략 정사각형의 넓이는 완전제곱식임을 이용한다.

풀이 주어진 막대로 만들 수 있는 도형의 변의 길이는 x에 대한 일차식이므로 정사각형의 넓이는 완전제곱식이다.

① $x^2+20x+100=(x+10)^2$
② $x^2+10x+25=(x+5)^2$
③ $x^2+12x+36=(x+6)^2$
④ $6x^2+9x+3=3(2x^2+3x+1)=3(2x+1)(x+1)$
⑤ $4x^2+8x+4=4(x^2+2x+1)=4(x+1)^2$

이상에서 정사각형의 넓이가 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

0755 전략 완전제곱식이 될 조건을 이용한다.

풀이 $x^2+24x+a$가 완전제곱식이 되려면

$a=\left(\frac{24}{2}\right)^2=144$ ··· ❶

$16x^2+bx+9=(4x\pm3)^2$이므로

$b=2\times4\times3=24\ (\because b>0)$ ··· ❷

$\therefore a-b=120$ ··· ❸

답 120

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0756 전략 먼저 $8x^2-6x+1$을 인수분해하여 b의 값을 구한다.

풀이 $8x^2-6x+1=(4x-1)(2x-1)$이므로

$b=-1$ ··· ❶

즉 $2x-1$이 두 다항식의 공통인수이므로

$6x^2+11x+a=(2x-1)(3x+m)$ (m은 상수)이라 하면

$6x^2+11x+a=6x^2+(2m-3)x-m$

따라서 $11=2m-3$, $a=-m$이므로

$m=7$, $a=-7$ ··· ❷

$\therefore ab=7$ ··· ❸

답 7

채점 기준	비율
❶ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	60 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	10 %

0757 전략 주어진 식을 인수분해한 후 x, y의 분모를 유리화한 값을 대입한다.

풀이 $x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$,

$y=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$ ··· ❶

$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$
$=xy(x+y)(x-y)$ ··· ❷
$=1\times2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$ ··· ❸

답 $8\sqrt{5}$

채점 기준	비율
❶ x, y의 분모를 유리화할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	30 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

0758 전략 넓이를 구하는 식을 세운 후 인수분해 공식을 이용하여 계산한다.

풀이 구하는 넓이는

$21.5^2-8.5^2$
$=(21.5+8.5)(21.5-8.5)$ ··· ❶
$=30\times13=390\,(\mathrm{m}^2)$ ··· ❷

답 $390\ \mathrm{m}^2$

채점 기준	비율
❶ 넓이를 구하는 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 넓이를 구할 수 있다.	30 %

0759 전략 직사각형 (가)의 넓이와 가로의 길이를 이용하여 세로의 길이를 구한다.

풀이 $x^2+14x-32=(x+16)(x-2)$이므로 직사각형 (가)의 세로의 길이는 $x-2$ ··· ❶

따라서 직사각형 (가)의 둘레의 길이는

$2\{(x+16)+(x-2)\}=4x+28=4(x+7)$ ··· ❷

이때 두 사각형 (가), (나)의 둘레의 길이가 같으므로 정사각형 (나)의 한 변의 길이는 $x+7$이다. ··· ❸

답 $x+7$

채점 기준	비율
❶ 직사각형 (가)의 세로의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 직사각형 (가)의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 정사각형 (나)의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	30 %

0760 전략 근호 안의 식을 인수분해한다.

풀이 $25x^2\pm10x+1=(5x\pm1)^2$ (복호동순)

이때 $-\frac{1}{5}<x<\frac{1}{5}$에서 $-1<5x<1$이므로

$5x+1>0$, $5x-1<0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{(5x+1)^2}-\sqrt{(5x-1)^2}$
$=(5x+1)-\{-(5x-1)\}$
$=10x$ 답 $10x$

라쎈 보충

부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

0761 전략 두 항씩 묶어 인수분해 공식을 이용하여 계산한다.

풀이 (주어진 식)
$=(18^2-17^2)+(16^2-15^2)+(14^2-13^2)+(12^2-11^2)$
$=(18+17)(18-17)+(16+15)(16-15)$
$\quad+(14+13)(14-13)+(12+11)(12-11)$
$=35+31+27+23$
$=116$ 답 ①

0762 전략 원 A의 색칠한 부분의 넓이를 식으로 나타낸 후 인수분해한다.

풀이 원 A의 색칠한 부분의 넓이는
$(5x+10)^2\pi-(4x+8)^2\pi$
$5x+10=X$, $4x+8=Y$로 놓으면
$X^2\pi-Y^2\pi$
$=(X+Y)(X-Y)\pi$
$=\{(5x+10)+(4x+8)\}\{(5x+10)-(4x+8)\}\pi$
$=(9x+18)(x+2)\pi$
$=9(x+2)^2\pi$
$=\{3(x+2)\}^2\pi$
따라서 원 B의 넓이가 $\{3(x+2)\}^2\pi$이므로 반지름의 길이는
$3(x+2)=3x+6$ 답 ②

07 이차방정식의 풀이

Ⅲ. 이차방정식

0763 $2x+1=2x-3$에서 $4=0$ 답 ×

0764 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다. 답 ×

0765 답 ○

0766 $x^2=-x^2+2x-1$에서 $2x^2-2x+1=0$ 답 ○

0767 $3x^2-x=3x(x+1)$에서 $3x^2-x=3x^2+3x$
$\therefore -4x=0$ 답 ×

0768 $4x^3+x^2-2x=4x^3$에서 $x^2-2x=0$ 답 ○

0769 $x+\frac{1}{x}=x^2+x$에서 $-x^2+\frac{1}{x}=0$ 답 ×

라쎈 특강

주어진 식이 x에 대한 이차방정식인지를 알려면 등식인지를 먼저 살피고, 등식의 우변에 있는 모든 항을 이항하여 정리했을 때 (x에 대한 이차식)$=0$ 꼴로 나타나는지를 확인해야 해.
이때 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$과 같이 분모에 x에 대한 식이 있는 경우는 이차방정식이 될 수 없다는 것도 명심해.

0770 $(-4)^2=16$ 답 ○

0771 $(-3)^2-3\times(-3)=18\neq0$ 답 ×

0772 $(-1)^2-3\times(-1)+2=6\neq0$ 답 ×

0773 $3\times2^2-12\times2+12=0$ 답 ○

0774 $x=0$일 때, $3\neq0$
$x=1$일 때, $1^2-4\times1+3=0$
$x=2$일 때, $2^2-4\times2+3=-1\neq0$ 답 $x=1$

0775 $x=0$일 때, $0\times(-2)=0$
$x=1$일 때, $1\times(-1)=-1\neq0$
$x=2$일 때, $2\times0=0$ 답 $x=0$ 또는 $x=2$

0776 $x=0$ 또는 $x+7=0$이므로
$x=-7$ 또는 $x=0$ 답 $x=-7$ 또는 $x=0$

0777 $2x+1=0$ 또는 $5x-1=0$이므로
$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$ 답 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

0778 $x^2+9x=0$에서 $x(x+9)=0$
$\therefore x=-9$ 또는 $x=0$ 답 $x=-9$ 또는 $x=0$

0779 $x^2-49=0$에서 $(x+7)(x-7)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=7$ 답 $x=-7$ 또는 $x=7$

0780 $x^2-6x-7=0$에서 $(x+1)(x-7)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$ 답 $x=-1$ 또는 $x=7$

0781 $2x^2-x-3=0$에서 $(x+1)(2x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ 답 $x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

0782 $3x^2+5x=2$에서 $3x^2+5x-2=0$
$(x+2)(3x-1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
답 $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

0783 답 ○

0784 $(x-2)^2=1$에서 $x^2-4x+3=0$
$(x-1)(x-3)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=3$
따라서 중근을 갖지 않는다. 답 ×

0785 $(x+1)(x-1)=2x$에서 $x^2-2x-1=0$
따라서 (완전제곱식)$=0$ 꼴로 나타낼 수 없으므로 중근을 갖지 않는다. 답 ×

0786 답 $x=-10$

0787 답 $x=\frac{1}{3}$

0788 $36x^2+1=12x$에서 $36x^2-12x+1=0$
$(6x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{6}$ 답 $x=\frac{1}{6}$

0789 $9x^2-24x=-16$에서 $9x^2-24x+16=0$
$(3x-4)^2=0$ $\therefore x=\frac{4}{3}$ 답 $x=\frac{4}{3}$

0790 $x^2-6=0$에서 $x^2=6$
$\therefore x=\pm\sqrt{6}$ 답 $x=\pm\sqrt{6}$

0791 $64-9x^2=0$에서 $x^2=\frac{64}{9}$
$\therefore x=\pm\frac{8}{3}$ 답 $x=\pm\frac{8}{3}$

0792 $(x+5)^2-15=0$에서 $(x+5)^2=15$
$x+5=\pm\sqrt{15}$ $\therefore x=-5\pm\sqrt{15}$
답 $x=-5\pm\sqrt{15}$

0793 $(4x-3)^2=12$에서 $4x-3=\pm2\sqrt{3}$
$4x=3\pm2\sqrt{3}$ $\therefore x=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{4}$ 답 $x=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{4}$

0794 $2(3x-2)^2=10$에서 $(3x-2)^2=5$
$3x-2=\pm\sqrt{5}$, $3x=2\pm\sqrt{5}$
$\therefore x=\frac{2\pm\sqrt{5}}{3}$ 답 $x=\frac{2\pm\sqrt{5}}{3}$

0795 $x^2-8x+4=0$에서 $x^2-8x+16=-4+16$
$\therefore (x-4)^2=12$ 답 $(x-4)^2=12$

0796 $2x^2-4x+\frac{1}{2}=0$에서
$x^2-2x+\frac{1}{4}=0$, $x^2-2x+1=-\frac{1}{4}+1$
$\therefore (x-1)^2=\frac{3}{4}$ 답 $(x-1)^2=\frac{3}{4}$

0797 답 (가) 1 (나) 1 (다) $\frac{5}{2}$ (라) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (마) $1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

0798 $x^2-10x+2=0$에서
$x^2-10x+25=-2+25$
$(x-5)^2=23$, $x-5=\pm\sqrt{23}$
$\therefore x=5\pm\sqrt{23}$ 답 $x=5\pm\sqrt{23}$

0799 $4x^2+16x-5=0$에서 $x^2+4x-\frac{5}{4}=0$
$x^2+4x+4=\frac{5}{4}+4$, $(x+2)^2=\frac{21}{4}$
$x+2=\pm\frac{\sqrt{21}}{2}$ $\therefore x=-2\pm\frac{\sqrt{21}}{2}$
답 $x=-2\pm\frac{\sqrt{21}}{2}$

0800 $\frac{4}{3}x^2+8x=4$에서 $x^2+6x=3$
$x^2+6x+9=3+9$, $(x+3)^2=12$
$x+3=\pm2\sqrt{3}$ $\therefore x=-3\pm2\sqrt{3}$
답 $x=-3\pm2\sqrt{3}$

0801 답 (가) 3 (나) -3 (다) $\frac{3\pm\sqrt{41}}{4}$

0802 $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$ 답 $x=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$

0803 $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

답 $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

0804 $x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$

$=\frac{9\pm\sqrt{105}}{6}$ 답 $x=\frac{9\pm\sqrt{105}}{6}$

0805 $x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times4\times1}}{2\times4}=\frac{7\pm\sqrt{33}}{8}$

답 $x=\frac{7\pm\sqrt{33}}{8}$

0806 $x^2-3=-x$에서 $x^2+x-3=0$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

0807 $4x^2+3x+1=x^2-4x$에서 $3x^2+7x+1=0$

$\therefore x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$

답 $x=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$

0808 답 (가) -3 (나) 1 (다) $\frac{-3\pm\sqrt{3}}{6}$

0809 $x=-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-4)}=-2\pm2\sqrt{2}$

답 $x=-2\pm2\sqrt{2}$

0810 $x=-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-1\times(-3)}=4\pm\sqrt{19}$

답 $x=4\pm\sqrt{19}$

0811 $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times3}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$

답 $x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$

0812 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{4}$

답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{4}$

0813 $3x^2-4x=2$에서 $3x^2-4x-2=0$

$\therefore x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times(-2)}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

답 $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

0814 $4x^2+8x+4=x^2+2$에서 $3x^2+8x+2=0$

$\therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-3\times2}}{3}=\frac{-4\pm\sqrt{10}}{3}$

답 $x=\frac{-4\pm\sqrt{10}}{3}$

0815 답 (가) 10 (나) 2 (다) $2x-1$ (라) $\frac{1}{2}$

0816 답 (가) 4 (나) $2x^2-5x-4$ (다) $\frac{5\pm\sqrt{57}}{4}$

0817 양변에 10을 곱하면 $4x^2+10x+6=0$

$2x^2+5x+3=0$, $(2x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$

답 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$

0818 양변에 100을 곱하면 $25x^2+30x+9=0$

$(5x+3)^2=0$ $\therefore x=-\frac{3}{5}$ 답 $x=-\frac{3}{5}$

0819 양변에 100을 곱하면 $5x^2-2x-1=0$

$\therefore x=\frac{1\pm\sqrt{6}}{5}$ 답 $x=\frac{1\pm\sqrt{6}}{5}$

0820 양변에 10을 곱하면 $2x^2-3x-5=0$

$(x+1)(2x-5)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

답 $x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

0821 양변에 4를 곱하면 $x(x-3)=2$

$x^2-3x-2=0$ $\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

답 $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

0822 양변에 10을 곱하면 $2x^2+x-4=0$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$ 답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$

0823 (1) $A^2+3A-10=0$

(2) $(A+5)(A-2)=0$이므로

$A=-5$ 또는 $A=2$

(3) $x+3=-5$ 또는 $x+3=2$이므로

$x=-8$ 또는 $x=-1$

답 풀이 참조

0824 (ㄱ) 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

(ㄴ) $x^2-x-4=0$

(ㄷ) $2x^2-2x-3=0$

(ㄹ) $2x^2-x=2x^2-2x \quad \therefore x=0$

이상에서 이차방정식인 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ②

0825 ① $2x^2+3x=0$

② $x^2-4=0$

⑤ $x^2+x=2x^2 \quad \therefore -x^2+x=0$

이상에서 이차방정식이 아닌 것은 ④이다. 답 ④

0826 $(ax-1)^2-x=2x^2$에서 $a^2x^2-2ax+1-x=2x^2$

$\therefore (a^2-2)x^2-(2a+1)x+1=0$

이 방정식이 이차방정식이 되려면 $a^2-2\neq0$

$\therefore a^2\neq2$ 답 ⑤

0827 $(x+3)(2x-5)=-x^2-13$에서

$2x^2+x-15=-x^2-13$

$\therefore 3x^2+x-2=0$ ··· ❶

따라서 $a=3$, $b=-2$이므로

$a-b=3-(-2)=5$ ··· ❷

답 5

채점 기준	비율
❶ 주어진 이차방정식을 정리할 수 있다.	60 %
❷ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	40 %

0828 ① $(1+1)\times(1+3)=8\neq0$

② $(-3)^2-3=6\neq0$

③ $12\times\left(\frac{1}{4}\right)^2-11\times\frac{1}{4}+2=\frac{3}{4}-\frac{11}{4}+2=0$

④ $9\times(9+7)\neq-9+9$

⑤ $(3-2)\times(1+1)=2\neq1$

답 ③

0829 ① $(-2)^2-(-2)-12=-6\neq0$

② $(-2)^2-2\times(-2)-8=0$

③ $2\times(-2)^2+5\times(-2)-3=-5\neq0$

④ $(-2-2)\times(-2+3)=-4\neq2$

⑤ $(-2+2)^2=0\neq4$

답 ②

0830 $x=-1$일 때, $0\times3=-6+6$

$x=0$일 때, $1\times4\neq6$

$x=1$일 때, $2\times5\neq6+6$

$x=2$일 때, $3\times6=12+6$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-1$ 또는 $x=2$이다.

답 ④

0831 $x=-3$을 $4x^2-3ax+2a-3=0$에 대입하면

$4\times(-3)^2-3a\times(-3)+2a-3=0$

$11a+33=0 \quad \therefore a=-3$ 답 ①

0832 $x=1$을 $x(x+2a+1)=-x+3a$에 대입하면

$1\times(1+2a+1)=-1+3a$

$\therefore a=3$ 답 ④

0833 $x=\frac{3}{2}$을 $6x^2-5x+a=0$에 대입하면

$6\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-5\times\frac{3}{2}+a=0, \quad \frac{27}{2}-\frac{15}{2}+a=0$

$\therefore a=-6$

$x=\frac{3}{2}$을 $10x^2+bx-3=0$에 대입하면

$10\times\left(\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}b-3=0, \quad \frac{3}{2}b+\frac{39}{2}=0$

$\therefore b=-13$

$\therefore a-b=-6-(-13)=7$ 답 ②

0834 $x=-2$를 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$(-2)^2-2a+b=0$

$\therefore 2a-b=4$ ······ ㉠

$x=3$을 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$3^2+3a+b=0 \quad \therefore 3a+b=-9$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-6$

$\therefore a+b=-7$ 답 ①

0835 $x=-1$을 $x^2+4ax+7=0$에 대입하면

$(-1)^2-4a+7=0, \quad -4a+8=0$

$\therefore a=2$ ··· ❶

$x=-3$을 $3x^2+bx-6=0$에 대입하면

$3\times(-3)^2-3b-6=0, \quad -3b+21=0$

$\therefore b=7$ ··· ❷

$\therefore ab=14$ ··· ❸

답 14

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20 %

0836 $x=2-\sqrt{5}$를 $x^2-4x+k+2=0$에 대입하면

$(2-\sqrt{5})^2-4(2-\sqrt{5})+k+2=0,\quad k+3=0$

$\therefore k=-3$ 답 -3

다른풀이 $x=2-\sqrt{5}$에서 $\quad x-2=-\sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $\quad x^2-4x+4=5$

$\therefore x^2-4x=1$ …… ㉠

㉠을 $x^2-4x+k+2=0$에 대입하면

$k+3=0 \quad \therefore k=-3$

0837 $x=m$을 $2x^2+4x+1=0$에 대입하면

$2m^2+4m+1=0,\quad 2m^2+4m=-1$

위의 식의 양변에 $\frac{3}{2}$을 곱하면

$3m^2+6m=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

0838 $x=k$를 $x^2-10x+7=0$에 대입하면

$k^2-10k+7=0$

$k\neq0$이므로 양변을 k로 나누면 $\quad k-10+\frac{7}{k}=0$

$\therefore k+\frac{7}{k}=10$ 답 10

0839 ① $x=\alpha$를 $x^2-4x-2=0$에 대입하면

$\alpha^2-4\alpha-2=0 \quad \therefore \alpha^2-4\alpha=2$ …… ㉠

② ㉠의 양변에 -1을 곱하면

$-\alpha^2+4\alpha=-2 \quad \therefore 5+4\alpha-\alpha^2=3$

③ ㉠의 양변에 3을 곱하면

$3\alpha^2-12\alpha=6 \quad \therefore 3\alpha^2-12\alpha+10=16$

④ ㉠의 양변을 2로 나누면

$\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha=1$

⑤ $\alpha\neq0$이므로 ㉠의 양변을 α로 나누면

$\alpha-4=\frac{2}{\alpha} \quad \therefore \alpha-\frac{2}{\alpha}=4$

답 ③

0840 $x=a$를 $2x^2+8x-3=0$에 대입하면

$2a^2+8a-3=0 \quad \therefore 2a^2+8a=3$ ❶

$x=b$를 $x^2+2x-5=0$에 대입하면

$b^2+2b-5=0 \quad \therefore b^2+2b=5$ ❷

$\therefore 2a^2-b^2+8a-2b+3$

$=(2a^2+8a)-(b^2+2b)+3$

$=3-5+3=1$ ❸

답 1

채점 기준	비율
❶ $2a^2+8a$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b^2+2b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $2a^2-b^2+8a-2b+3$의 값을 구할 수 있다.	40 %

0841 ① $x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

② $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=3$ ③ $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=3$

④ $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=3$ ⑤ $x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{4}$

답 ②

0842 $(x+5)(x-4)=0$에서 $\quad x=-5$ 또는 $x=4$

$\alpha>\beta$이므로 $\quad \alpha=4,\ \beta=-5$

$\therefore \alpha^2-\beta^2=4^2-(-5)^2=-9$ 답 -9

0843 ① $x=0$ 또는 $x=2$이므로 $\quad 2-0=2$

② $x=-3$ 또는 $x=-1$이므로 $\quad -1-(-3)=2$

③ $x=-1$ 또는 $x=2$이므로 $\quad 2-(-1)=3$

④ $x=-5$ 또는 $x=2$이므로 $\quad 2-(-5)=7$

⑤ $x=1$ 또는 $x=2$이므로 $\quad 2-1=1$ 답 ③

0844 $6x^2+7x+2=0$에서 $\quad (3x+2)(2x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

$p>q$이므로 $\quad p=-\frac{1}{2},\ q=-\frac{2}{3}$

$\therefore p-q=-\frac{1}{2}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{6}$ 답 ②

0845 (1) $12x^2-5x-2=(4x+1)(3x-2)$ ❶

(2) $(4x+1)(3x-2)=0$에서 $\quad x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$ ❷

답 (1) $(4x+1)(3x-2)$ (2) $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

채점 기준	비율
❶ 인수분해할 수 있다.	60 %
❷ 방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %

0846 $3x^2+x-2=3x+6$에서 $\quad 3x^2-2x-8=0$

$(3x+4)(x-2)=0 \quad \therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$

답 ③

0847 $x^2-9x-90=0$에서 $\quad (x+6)(x-15)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=15$

따라서 $A=-6+15=9,\ B=15-(-6)=21$이므로

$A-B=-12$ 답 ②

0848 $x^2-16=4x-4$에서 $\quad x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=6$

$a<b$이므로 $\quad a=-2,\ b=6$ ❶

$x^2+6x+8=0$에서 $\quad (x+4)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=-2$ ⋯ ❷

답 $x=-4$ 또는 $x=-2$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $x^2+bx-a+b=0$의 해를 구할 수 있다.	50 %

0849 $x=-4$를 $x^2+ax-4=0$에 대입하면

$(-4)^2-4a-4=0$, $12-4a=0$

$\therefore\ a=3$

$x^2+3x-4=0$에서 $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=1$

$\therefore\ b=1$

답 ⑤

0850 $x=2$를 $x^2-5x+a=0$에 대입하면

$2^2-5\times2+a=0$, $-6+a=0$

$\therefore\ a=6$ ⋯ ❶

$x^2-5x+6=0$에서 $(x-2)(x-3)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=3$

따라서 $b=3$이므로 ⋯ ❷

$a-b=3$ ⋯ ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0851 $x=3$을 $(a+1)x^2-7x-3a=0$에 대입하면

$(a+1)\times3^2-7\times3-3a=0$, $6a-12=0$

$\therefore\ a=2$

$3x^2-7x-6=0$에서 $(3x+2)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 근은 $-\frac{2}{3}$

답 $-\frac{2}{3}$

0852 $x=-2$를 $x^2+3x-a=0$에 대입하면

$(-2)^2+3\times(-2)-a=0$, $-2-a=0$

$\therefore\ a=-2$

$x^2+3x+2=0$에서 $(x+2)(x+1)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=-1$

$\therefore\ b=-1$

$-x^2+x-(-2)=0$에서 $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$ $\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$

답 $x=-1$ 또는 $x=2$

0853 $x=2$를 $ax^2-(2a+1)x+a^2-2=0$에 대입하면

$a\times2^2-2(2a+1)+a^2-2=0$, $a^2-4=0$

$(a+2)(a-2)=0$ $\therefore\ a=2$ ($\because\ a>0$)

$2x^2-5x+2=0$에서 $(2x-1)(x-2)=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

0854 $x^2+x-6=0$에서 $(x+3)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=2$

따라서 $x^2-3ax+14=0$의 한 근이 2이므로

$2^2-3a\times2+14=0$, $18-6a=0$

$\therefore\ a=3$

답 ③

0855 $x(x-2)=3$에서 $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $3x^2+(2k+1)x+k=0$의 한 근이 -1이므로

$3\times(-1)^2-(2k+1)+k=0$, $2-k=0$

$\therefore\ k=2$

답 ④

0856 $x=-2$를 $2x^2+ax-2=0$에 대입하면

$2\times(-2)^2-2a-2=0$, $6-2a=0$

$\therefore\ a=3$

$2x^2+3x-2=0$에서 $(x+2)(2x-1)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 $6x^2-x+b=0$의 한 근이 $\frac{1}{2}$이므로

$6\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+b=0$, $1+b=0$

$\therefore\ b=-1$

$\therefore\ a-b=3-(-1)=4$

답 4

0857 $(x+3)(x-b)=0$에서 $x=-3$ 또는 $x=b$

$2x^2+(3a+1)x+3=0$의 한 근이 -3이므로

$2\times(-3)^2-3(3a+1)+3=0$, $18-9a=0$

$\therefore\ a=2$ ⋯ ❶

$2x^2+7x+3=0$에서 $(x+3)(2x+1)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

두 이차방정식의 해가 서로 같으므로 $b=-\frac{1}{2}$ ⋯ ❷

$\therefore\ a+b=\frac{3}{2}$ ⋯ ❸

답 $\frac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

다른풀이 $(x+3)(x-b)=0$에서

$x^2+(3-b)x-3b=0$

$\therefore 2x^2+2(3-b)x-6b=0$

이 이차방정식과 $2x^2+(3a+1)x+3=0$의 해가 서로 같으므로

$2(3-b)=3a+1,\ -6b=3$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore a+b=\dfrac{3}{2}$

0858 $x^2+2x-15=0$에서 $(x+5)(x-3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

$5x^2-13x-6=0$에서 $(5x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-\dfrac{2}{5}$ 또는 $x=3$

따라서 공통인 근은 $x=3$ 답 $x=3$

0859 $x^2-x-20=0$에서 $(x+4)(x-5)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=5$

$2x^2-9x-5=0$에서 $(2x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=5$

따라서 공통인 근은 $x=5$이므로

$p=-4,\ q=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore pq=(-4)\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=2$ 답 2

0860 $2x^2-3x-2=0$에서 $(2x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=2$

$6x^2+7x+2=0$에서 $(3x+2)(2x+1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=-\dfrac{1}{2}$

따라서 공통인 근은 $x=-\dfrac{1}{2}$이므로 $p=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore p^2=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$ 답 $\dfrac{1}{4}$

0861 $x^2-6x-16=0$에서 $(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$ ··· ❶

$3x^2+7x+2=0$에서 $(x+2)(3x+1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-\dfrac{1}{3}$ ··· ❷

따라서 두 이차방정식이 모두 참이 되게 하는 x의 값은 -2이므로 $x=-2$를 $2x^2+7x+8-a=0$에 대입하면

$2\times(-2)^2+7\times(-2)+8-a=0,\quad 2-a=0$

$\therefore a=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ $x^2-6x-16=0$의 해를 구할 수 있다.	30 %
❷ $3x^2+7x+2=0$의 해를 구할 수 있다.	30 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	40 %

0862 ① $x=1$

② $(x-7)^2=0$ $\therefore x=7$

③ $2(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$

④ $10+6x=x^2+6x+9,\quad x^2=1$ $\therefore x=\pm1$

⑤ $x^2+6x+9=0,\quad (x+3)^2=0$ $\therefore x=-3$

답 ④

0863 ① $x^2+x-30=0,\quad (x+6)(x-5)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=5$

② $x^2=25$ $\therefore x=\pm5$

③ $x=-2$

④ $2x^2+20x+50=0,\quad x^2+10x+25=0$

$(x+5)^2=0$ $\therefore x=-5$

⑤ $(x+5)(x+2)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$

답 ③, ④

0864 (ㄱ) $x=0$

(ㄴ) $x=0$ 또는 $x=9$

(ㄷ) $(x-1)(x-4)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=4$

(ㄹ) $x^2-10x+24=0,\quad (x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

(ㅁ) $x^2-6x+5=0,\quad (x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

(ㅂ) $x^2+4x+4=0,\quad (x+2)^2=0$

$\therefore x=-2$

이상에서 중근을 갖는 이차방정식은 (ㄱ), (ㅂ)의 2개이다. 답 2

0865 $x^2-4x+3k-2=0$이 중근을 가지므로

$3k-2=\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2=4,\quad 3k=6$

$\therefore k=2$ 답 ②

0866 $2x^2+ax+2=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2+\dfrac{a}{2}x+1=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$1=\left(\frac{a}{4}\right)^2$, $a^2=16$ $\therefore a=\pm4$ 답 ②, ④

0867 $x^2+12x+k=0$이 중근을 가지므로

$k=\left(\frac{12}{2}\right)^2=36$

$x^2+12x+36=0$에서 $(x+6)^2=0$

$\therefore x=-6$

따라서 $a=-6$이므로 $a+k=30$ 답 30

0868 $x^2-4ax-8a-3=0$이 중근을 가지므로

$-8a-3=\left(\frac{-4a}{2}\right)^2$

$4a^2+8a+3=0$, $(2a+3)(2a+1)=0$

$\therefore a=-\frac{3}{2}$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$

따라서 모든 a의 값의 합은 -2이다. 답 ④

0869 $x^2+2x+2k-1=0$이 중근을 가지므로

$2k-1=\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$ $\therefore k=1$ ···❶

$2x^2-7x+3=0$에서 $(2x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ ···❷

따라서 두 근의 합은 $\frac{7}{2}$이다. ···❸

답 $\frac{7}{2}$

채점 기준	비율
❶ k의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $(k+1)x^2-7x+3k=0$의 두 근을 구할 수 있다.	40 %
❸ 두 근의 합을 구할 수 있다.	10 %

0870 $(x+2)^2=3$이므로 $x+2=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

따라서 $a=-2$, $b=3$이므로 $ab=-6$ 답 ②

0871 $(x-3)^2=6$이므로 $x-3=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{6}$

따라서 두 근의 합은

$(3-\sqrt{6})+(3+\sqrt{6})=6$ 답 ⑤

0872 $4(x+a)^2=12$이므로 $(x+a)^2=3$

$x+a=\pm\sqrt{3}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{3}$

따라서 $a=1$, $b=3$이므로 $a+b=4$ 답 4

0873 이차방정식 $(x+3)^2=2k-5$가 해를 가지므로

$2k-5\ge0$ $\therefore k\ge\frac{5}{2}$ ···❶

따라서 k의 값 중 가장 작은 정수는 3이다. ···❷

답 3

채점 기준	비율
❶ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	60 %
❷ k의 값 중 가장 작은 정수를 구할 수 있다.	40 %

라쎈 보충

이차방정식 $(x+p)^2=q$가

① 서로 다른 두 근을 가질 조건 ⇨ $q>0$

② 중근을 가질 조건 ⇨ $q=0$

(①, ②: 근을 가질 조건 ⇨ $q\ge0$)

③ 근을 갖지 않을 조건 ⇨ $q<0$

0874 ④ $d=-2$ 답 ④

0875 $x^2-10x+5=0$에서 $x^2-10x=-5$

$x^2-10x+25=-5+25$ $\therefore (x-5)^2=20$

따라서 $p=-5$, $q=20$이므로

$\frac{p}{q}=-\frac{1}{4}$ 답 ⑤

0876 $x^2+6x+6=0$에서 $x^2+6x=-6$

$x^2+6x+9=-6+9$ $\therefore (x+3)^2=3$

$\therefore a=3$, $b=3$ ···❶

$(x+3)^2=3$에서 $x+3=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{3}$

$c<d$이므로 $c=-3-\sqrt{3}$, $d=-3+\sqrt{3}$ ···❷

$\therefore ac-bd=3(-3-\sqrt{3})-3(-3+\sqrt{3})$

$=-9-3\sqrt{3}+9-3\sqrt{3}$

$=-6\sqrt{3}$ ···❸

답 $-6\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ c, d의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $ac-bd$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0877 $x(x+3)=2$에서 $x^2+3x-2=0$

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

따라서 $A=-3$, $B=17$이므로 $A+B=14$ 답 ⑤

0878 $x^2+4x-2=0$에서 $x=-2\pm\sqrt{6}$

따라서 $a=-2$, $b=6$이므로 $b-a=8$ 답 ③

0879 $3x^2+5x+1=0$에서 $x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\frac{-5+\sqrt{13}}{6}$, $\beta=\frac{-5-\sqrt{13}}{6}$

$\therefore \alpha-\beta=\frac{\sqrt{13}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{13}}{3}$

0880 (ㄱ) $k=5$일 때, $x^2-6x+5=0$에서

$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=5$

따라서 두 근은 모두 자연수이다.

(ㄴ) $k=7$일 때, $x^2-6x+7=0$에서

$x=3\pm\sqrt{2}$

따라서 두 근은 모두 무리수이다.

(ㄷ) $k=9$일 때, $x^2-6x+9=0$에서

$(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$

따라서 중근을 갖는다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

0881 $x^2-6x+2=0$에서

$x=3\pm\sqrt{7}$ ··· ❶

두 근의 곱은

$(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})=3^2-(\sqrt{7})^2=2$ ··· ❷

따라서 $x^2+kx+6=0$의 한 근이 2이므로

$2^2+2k+6=0$ $\therefore k=-5$ ··· ❸

답 -5

채점 기준	비율
❶ $x^2-6x+2=0$의 두 근을 구할 수 있다.	40 %
❷ 두 근의 곱을 구할 수 있다.	30 %
❸ k의 값을 구할 수 있다.	30 %

0882 $2x^2+3x-1=0$에서 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}$, $\beta=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$

① $\alpha+\beta=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}+\frac{-3-\sqrt{17}}{4}=-\frac{3}{2}$

② $\alpha-\beta=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}-\frac{-3-\sqrt{17}}{4}=\frac{\sqrt{17}}{2}$

③ $\alpha\beta=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}\times\frac{-3-\sqrt{17}}{4}=\frac{(-3)^2-(\sqrt{17})^2}{16}=-\frac{1}{2}$

④ $\alpha^2=\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{4}\right)^2=\frac{26-6\sqrt{17}}{16}=\frac{13-3\sqrt{17}}{8}$

⑤ $\alpha^2+\beta^2=\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{4}\right)^2+\left(\frac{-3-\sqrt{17}}{4}\right)^2$

$=\frac{13-3\sqrt{17}}{8}+\frac{13+3\sqrt{17}}{8}=\frac{13}{4}$

이상에서 무리수인 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0883 $ax^2+5x+1=0$에서

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25-4a}}{2a}$

따라서 $2a=4$, $25-4a=b$이므로

$a=2$, $b=17$

$\therefore b-a=15$ 답 15

0884 $x^2-3x+m=0$에서

$x=\frac{3\pm\sqrt{9-4m}}{2}$

따라서 $9-4m=29$이므로 $m=-5$ 답 -5

0885 $2x^2+4x+A=0$에서

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-2A}}{2}=-1\pm\frac{\sqrt{4-2A}}{2}$

따라서 $-1=B$, $4-2A=10$이므로

$A=-3$, $B=-1$ 답 $A=-3$, $B=-1$

0886 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$10x-5(2x+1)(x-3)=2x+35$

$10x^2-33x+20=0$, $(5x-4)(2x-5)=0$

$\therefore x=\frac{4}{5}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

따라서 $\frac{4}{5}<n<\frac{5}{2}$를 만족시키는 자연수 n은 1, 2이므로 구하는 합은

$1+2=3$ 답 3

0887 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$3x^2+2x-1=0$, $(x+1)(3x-1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

따라서 두 근의 차는 $\frac{1}{3}-(-1)=\frac{4}{3}$ 답 ③

0888 $4x^2+4x+1=5x^2+15x-2$이므로

$x^2+11x-3=0$ $\therefore x=\frac{-11\pm\sqrt{133}}{2}$

따라서 두 근의 합은

$\frac{-11+\sqrt{133}}{2}+\frac{-11-\sqrt{133}}{2}=-11$ 답 ②

0889 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면

$3x^2+4x-6=0$ $\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{22}}{3}$

따라서 $p=-2$, $q=22$이므로 $p+q=20$ 답 ③

0890 주어진 이차방정식의 양변에 3을 곱하면

$12(x+2)+x^2+3=3(x-1)(x+3)$

$x^2-3x-18=0, \quad (x+3)(x-6)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=6$ ⋯ ❶

$\alpha<\beta$이므로 $\alpha=-3, \beta=6$

따라서 $-3x+6=0$이므로 $x=2$ ⋯ ❷

답 $x=2$

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	60 %
❷ 일차방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %

0891 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$3x^2-4x+6A=0$

$\therefore x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-18A}}{3}$

따라서 $2=B$, $4-18A=10$이므로 $A=-\dfrac{1}{3}, B=2$

$\therefore 3A+B=1$

답 1

0892 $x+4=A$로 놓으면

$3A^2-5A-2=0, \quad (3A+1)(A-2)=0$

$\therefore A=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $A=2$

즉 $x+4=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x+4=2$이므로

$x=-\dfrac{13}{3}$ 또는 $x=-2$

따라서 정수인 해는 $x=-2$

답 ①

0893 $x-1=A$로 놓으면

$2A^2+6A-1=0 \quad \therefore A=\dfrac{-3\pm\sqrt{11}}{2}$

즉 $x-1=\dfrac{-3\pm\sqrt{11}}{2}$이므로 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{11}}{2}$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\dfrac{-1+\sqrt{11}}{2}, \beta=\dfrac{-1-\sqrt{11}}{2}$

$\therefore \alpha-\beta=\sqrt{11}$

답 $\sqrt{11}$

0894 $3x+1=A$로 놓으면

$A^2+\dfrac{1}{10}A-0.3=0$

양변에 10을 곱하면 $10A^2+A-3=0$

$(5A+3)(2A-1)=0 \quad \therefore A=-\dfrac{3}{5}$ 또는 $A=\dfrac{1}{2}$

즉 $3x+1=-\dfrac{3}{5}$ 또는 $3x+1=\dfrac{1}{2}$이므로

$x=-\dfrac{8}{15}$ 또는 $x=-\dfrac{1}{6}$

따라서 두 근의 곱은

$\left(-\dfrac{8}{15}\right)\times\left(-\dfrac{1}{6}\right)=\dfrac{4}{45}$

답 $\dfrac{4}{45}$

0895 전략 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.

풀이 $-3x^2+5x+2=1-ax^2$이므로 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$(a-3)x^2+5x+1=0$

이 방정식이 이차방정식이 되려면 $a-3\neq0$

$\therefore a\neq3$

답 ⑤

0896 전략 $x=-\dfrac{1}{2}$을 주어진 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=-\dfrac{1}{2}$을 $2x^2+ax-1=0$에 대입하면

$2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}a-1=0 \quad \therefore a=-1$

답 -1

0897 전략 주어진 해를 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=a$, $x=b$를 각각 $x^2+3x-5=0$에 대입하면

$a^2+3a-5=0$, $b^2+3b-5=0$

따라서 $a^2+3a=5$, $b^2+3b=5$이므로

$(a^2+3a-3)(b^2+3b+2)=(5-3)\times(5+2)$

$=14$

답 14

0898 전략 $AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$임을 이용한다.

풀이 ①, ②, ③, ⑤ $x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

④ $x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$

답 ④

0899 전략 주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 꼴로 변형한 후 좌변을 인수분해한다.

풀이 $2(x+1)(3x-1)=3x^2-x$에서

$6x^2+4x-2=3x^2-x$

$3x^2+5x-2=0, \quad (x+2)(3x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$

답 ②

0900 전략 이차방정식의 해가 $x=a$ 또는 $x=b(a<b)$일 때, $a<k<b$를 만족시키는 정수 k를 구한다.

풀이 $8x^2-6x-27=0$에서 $(2x+3)(4x-9)=0$

$\therefore x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=\dfrac{9}{4}$

따라서 $-\dfrac{3}{2}$과 $\dfrac{9}{4}$ 사이에 있는 정수는 $-1, 0, 1, 2$이므로 구하는 합은

$-1+0+1+2=2$

답 2

0901 전략 $x=4$를 주어진 이차방정식에 대입하여 a의 값을 구한다.

풀이 $x=4$를 $x^2+(2a+3)x-4a=0$에 대입하면

$4^2+4(2a+3)-4a=0,\quad 4a+28=0$

$\therefore a=-7$

$x^2-11x+28=0$에서 $\quad (x-4)(x-7)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=7$

따라서 $b=7$이므로

$a+b=0$

답 0

0902 전략 공통인 근을 구하여 $x^2+8x+a=0$에 대입한다.

풀이 $x^2+12x+36=0$에서

$(x+6)^2=0 \quad \therefore x=-6$

두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-6$이므로 $x=-6$을 $x^2+8x+a=0$에 대입하면

$(-6)^2+8\times(-6)+a=0$

$\therefore a=12$

답 ③

0903 전략 중근을 가질 조건을 이용하여 k의 값을 구한다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변을 2로 나누면

$x^2-\frac{3-k}{2}x+16=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$16=\left(-\frac{3-k}{4}\right)^2,\quad \frac{k-3}{4}=\pm4$

$k-3=\pm16$

$\therefore k=-13$ 또는 $k=19$

따라서 양수 k의 값은 19이다.

답 19

0904 전략 제곱근을 이용하여 이차방정식의 해를 구한다.

풀이 $(x+A)^2=B$에서 $\quad x+A=\pm\sqrt{B}$

$\therefore x=-A\pm\sqrt{B}$

따라서 $A=3$, $B=6$이므로

$A-B=-3$

답 ③

0905 전략 적당한 상수를 더하거나 빼서 식을 변형한다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변을 3으로 나누면

$x^2+4x+\frac{5}{3}=0,\quad x^2+4x=-\frac{5}{3}$

$x^2+4x+4=-\frac{5}{3}+4$

$\therefore (x+2)^2=\frac{7}{3}$

따라서 $a=2$, $b=\frac{7}{3}$이므로

$3ab=14$

답 ②

0906 전략 옳지 않음을 보이려면 성립하지 않는 예를 찾는다.

풀이 (ㄷ) $(x+3)^2=2$의 해는 $x=-3\pm\sqrt{2}$이므로 모두 음수이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ③

0907 전략 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

풀이 ① $x^2=9 \quad \therefore x=\pm3$

② $(x-1)^2=3,\quad x-1=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$

③ $x=\frac{9\pm\sqrt{53}}{2}$

④ $(4x+1)(3x-2)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

⑤ $9x^2+12x+4=3x^2+13x+5,\quad 6x^2-x-1=0$

$(3x+1)(2x-1)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

답 ②, ③

0908 전략 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 만든다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$12x^2-11x+2=0,\quad (4x-1)(3x-2)=0$

$\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 두 근의 곱은 $\quad \frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

답 ②

0909 전략 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 만든다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$3x(x+2)=2(x+1)(x+3)$

$x^2-2x-6=0 \quad \therefore x=1\pm\sqrt{7}$

따라서 $p=1$, $q=7$이므로 $\quad p+q=8$

답 ③

0910 전략 공통부분을 한 문자로 놓는다.

풀이 $2a-b=A$로 놓으면

$A(A-6)-27=0,\quad A^2-6A-27=0$

$(A+3)(A-9)=0 \quad \therefore A=-3$ 또는 $A=9$

이때 $2a>b$에서 $2a-b>0$이므로

$2a-b=9$

답 9

0911 전략 주어진 한 근을 이차방정식에 대입하여 a의 값과 다른 한 근을 구한다.

풀이 $x=-4$를 $x^2+ax-4=0$에 대입하면

$(-4)^2-4a-4=0,\quad 12-4a=0$

$\therefore a=3$ ⋯ ❶

$x^2+3x-4=0$에서 $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

따라서 $3x^2-5x+b=0$의 한 근이 1이므로

$3\times1^2-5\times1+b=0 \quad \therefore b=2$ ··· ❷

$\therefore a+b=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0912 전략 두 이차방정식을 풀어 공통인 근을 구한다.

풀이 $x^2+5x=0$에서 $x(x+5)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=0$ ··· ❶

$x^2+11x+30=0$에서 $(x+6)(x+5)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=-5$ ··· ❷

따라서 공통인 근은 $x=-5$이므로 $x=-5$를 $x^2+kx-15=0$에 대입하면

$(-5)^2-5k-15=0 \quad \therefore k=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ $x^2+5x=0$의 해를 구할 수 있다.	30 %
❷ $x^2+11x+30=0$의 해를 구할 수 있다.	30 %
❸ k의 값을 구할 수 있다.	40 %

0913 전략 주어진 한 근을 일차항의 계수와 상수항을 서로 바꾼 이차방정식에 대입하여 k의 값을 구한다.

풀이 $x^2+kx+3k-1=0$의 한 근이 -2이므로

$(-2)^2-2k+3k-1=0$

$\therefore k=-3$ ··· ❶

즉 처음 이차방정식은 $x^2-10x-3=0$이므로

$x=5\pm2\sqrt{7}$ ··· ❷

답 $x=5\pm2\sqrt{7}$

채점 기준	비율
❶ k의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 처음 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	60 %

0914 전략 부등식의 해와 이차방정식의 해를 동시에 만족시키는 x의 값을 구한다.

풀이 $2x+3<x+1$에서 $x<-2$ ······ ㉠ ··· ❶

$x^2+6x+7=0$에서 $x=-3\pm\sqrt{2}$ ······ ㉡ ··· ❷

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 x의 값은 $-3-\sqrt{2}$이므로

$k=-3-\sqrt{2}$

$\therefore k+3=-3-\sqrt{2}+3=-\sqrt{2}$ ··· ❸

답 $-\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ 부등식의 해를 구할 수 있다.	20 %
❷ 방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ $k+3$의 값을 구할 수 있다.	40 %

0915 전략 $x=a$를 이차방정식에 대입한 후 식을 변형한다.

풀이 $x(x+4)=2x^2-1$에서

$x^2+4x=2x^2-1$

$\therefore x^2-4x-1=0$

$x=a$를 대입하면 $a^2-4a-1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-4-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=4$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=4^2+2=18$

답 18

라쎈 보충

$a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2$

0916 전략 연속하는 두 홀수를 n, $n+2$(n은 홀수)로 놓는다.

풀이 조건 (가)에서 두 근을 n, $n+2$(n은 홀수)라 하면 조건 (나)에서 $n^2+(n+2)^2=34$이므로

$2n^2+4n-30=0, \quad n^2+2n-15=0$

$(n+5)(n-3)=0$

$\therefore n=3$ ($\because n$은 홀수)

따라서 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 3, 5이므로

$3^2+3a+b=0$, $5^2+5a+b=0$

$\therefore 3a+b=-9$, $5a+b=-25$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-8$, $b=15$

답 $a=-8$, $b=15$

0917 전략 중근을 가질 조건을 이용하여 k의 값을 구한 후 두 이차방정식에 대입한다.

풀이 이차방정식 $x^2-6x+k=0$이 중근을 가지므로

$k=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$

$x^2+7x+12=0$에서 $(x+4)(x+3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-3$

$2x^2+5x-12=0$에서 $(x+4)(2x-3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

따라서 공통인 근은 $x=-4$

답 ①

08 Ⅲ. 이차방정식

이차방정식의 활용

0918 (1) $(-1)^2-4\times2\times(-4)=33$

답 (1) 33 (2) 2

0919 (1) $(-5)^2-4\times3\times3=-11$

답 (1) -11 (2) 0

0920 (1) $0^2-4\times1\times(-25)=100$

답 (1) 100 (2) 2

0921 (1) $(x+2)^2=8x$에서 $x^2-4x+4=0$이므로
$(-4)^2-4\times1\times4=0$

답 (1) 0 (2) 1

0922 $(-5)^2-4\times1\times1=21>0$
따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.
답 2

0923 $(-8)^2-4\times2\times9=-8<0$
따라서 근을 갖지 않는다.
답 0

0924 $12^2-4\times9\times4=0$
따라서 중근을 갖는다.
답 1

0925 $(-6)^2-4\times4\times1=20>0$
따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.
답 2

0926 $(-7)^2-4\times5\times4=-31<0$
따라서 근을 갖지 않는다.
답 0

0927 $8^2-4\times16\times1=0$
따라서 중근을 갖는다.
답 1

0928 $(x-3)(x-5)=0$이므로 $x^2-8x+15=0$

답 $x^2-8x+15=0$

0929 $(x+3)(x-2)=0$이므로 $x^2+x-6=0$

답 $x^2+x-6=0$

0930 $x(x+2)=0$이므로 $x^2+2x=0$

답 $x^2+2x=0$

0931 $9\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$이므로

$9\left(x^2-\frac{1}{9}\right)=0$ $\therefore 9x^2-1=0$
답 $9x^2-1=0$

0932 $(x+6)^2=0$이므로 $x^2+12x+36=0$

답 $x^2+12x+36=0$

0933 $4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$이므로

$4\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)=0$ $\therefore 4x^2-12x+9=0$

답 $4x^2-12x+9=0$

0934 (1) $x^2=2x+35$이므로 $x^2-2x-35=0$
(2) $(x+5)(x-7)=0$ $\therefore x=7$ ($\because x>0$)

답 (1) $x^2-2x-35=0$ (2) 7

0935 (1) $x+2$
(2) $x(x+2)=48$이므로 $x^2+2x-48=0$
(3) $(x+8)(x-6)=0$ $\therefore x=6$ ($\because x$는 짝수)
(4) 연속하는 두 짝수는 6, 8이다.

답 풀이 참조

0936 (1) 0 m
(2) $80t-5t^2=0$에서 $t^2-16t=0$
$t(t-16)=0$ $\therefore t=16$ ($\because t>0$)
따라서 야구공이 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 16초이다.

답 (1) 0 m (2) 16초

0937 (1) 가로의 길이: $(9-x)$ cm,
세로의 길이: $(6-x)$ cm
(2) $(9-x)(6-x)=18$이므로 $x^2-15x+36=0$
(3) $(x-3)(x-12)=0$ $\therefore x=3$ ($\because 0<x<6$)

답 (1) $(9-x)$ cm, $(6-x)$ cm
(2) $x^2-15x+36=0$ (3) 3

라쎈 특강

x는 길이에 대한 변수이므로 양수이고, 직사각형의 가로의 길이 $9-x$, 세로의 길이 $6-x$는 모두 양수이어야 해.
즉 $x>0$, $9-x>0$, $6-x>0$이므로 x의 값의 범위는
$0<x<6$
임을 알 수 있어.

0938 ① $(-8)^2-4\times1\times18=-8<0$
따라서 근을 갖지 않는다.
② $(-5)^2-4\times1\times2=17>0$
따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $(-3)^2-4\times2\times5=-31<0$
따라서 근을 갖지 않는다.
④ $6^2-4\times4\times3=-12<0$
따라서 근을 갖지 않는다.
⑤ $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x+1=0$에서 $3x^2-4x+6=0$
$(-4)^2-4\times3\times6=-56<0$이므로 근을 갖지 않는다.

답 ②

0939 (ㄱ) $16x^2-24x+9=0$에서
$(-24)^2-4\times16\times9=0$
이므로 중근을 갖는다.
(ㄴ) $2x^2+\frac{1}{5}=\frac{1}{3}x$에서
$2x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}=0$
$\therefore 30x^2-5x+3=0$
$(-5)^2-4\times30\times3=-335<0$이므로 근을 갖지 않는다.
(ㄷ) $(x-3)(x+3)=10x$에서
$x^2-9=10x$
$\therefore x^2-10x-9=0$
$(-10)^2-4\times1\times(-9)=136>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
(ㄹ) $(3x+2)(2x-1)+3=0$에서
$6x^2+x+1=0$
$1^2-4\times6\times1=-23<0$이므로 근을 갖지 않는다.
이상에서 근을 갖지 않는 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 (ㄴ), (ㄹ)

0940 ① $(-2)^2-4\times1\times(-8)=36>0$
따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.
② $3x^2-6=0$에서 $x^2=2$ $\therefore x=\pm\sqrt{2}$
따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.
③ $4x^2=1-x$에서 $4x^2+x-1=0$
$1^2-4\times4\times(-1)=17>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
④ $x(2x-1)=2$에서 $2x^2-x-2=0$
$(-1)^2-4\times2\times(-2)=17>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
⑤ $x^2=-3(2x+3)$에서 $x^2+6x+9=0$
$6^2-4\times1\times9=0$이므로 중근을 갖는다.

답 ⑤

0941 $(-6)^2-4\times1\times(2k-1)>0$이어야 하므로
$40-8k>0$ $\therefore k<5$
따라서 k의 값 중 가장 큰 정수는 4이다. 답 4

0942 $2^2-4\times3\times k=4-12k$ ⋯ ❶
(1) $4-12k>0$이므로 $k<\frac{1}{3}$ ⋯ ❷
(2) $4-12k=0$이므로 $k=\frac{1}{3}$ ⋯ ❸
(3) $4-12k<0$이므로 $k>\frac{1}{3}$ ⋯ ❹

답 (1) $k<\frac{1}{3}$ (2) $k=\frac{1}{3}$ (3) $k>\frac{1}{3}$

채점 기준	비율
❶ 근의 개수를 판별하는 식을 구할 수 있다.	25 %
❷ 서로 다른 두 근을 갖는 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	25 %
❸ 중근을 갖는 k의 값을 구할 수 있다.	25 %
❹ 근을 갖지 않는 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	25 %

0943 $(-8)^2-4\times2m\times1\geq0$이어야 하므로
$64-8m\geq0$ $\therefore m\leq8$
따라서 자연수 m은 1, 2, 3, ⋯, 8의 8개이다. 답 ⑤

0944 $\{-(k+1)\}^2-4\times(k-1)\times2=0$이어야 하므로
$k^2-6k+9=0$, $(k-3)^2=0$
$\therefore k=3$ 답 3

0945 두 근이 -2와 3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+2)(x-3)=0$ $\therefore x^2-x-6=0$
따라서 $a=-1$, $b=-6$이므로
$a-b=5$ 답 5

0946 x^2의 계수가 1이고 $x=-4$를 중근으로 갖는 이차방정식은
$(x+4)^2=0$ $\therefore x^2+8x+16=0$
따라서 $a+b=8$, $a-b=16$이므로 두 식을 연립하여 풀면
$a=12$, $b=-4$ 답 ④

0947 $x^2+5x+4=0$에서
$(x+4)(x+1)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$
$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=-1$, $\beta=-4$
$\therefore \frac{\alpha}{3}=-\frac{1}{3}$, $\frac{\beta}{2}=-2$
따라서 $-\frac{1}{3}$과 -2를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은
$3\left(x+\frac{1}{3}\right)(x+2)=0$, $3\left(x^2+\frac{7}{3}x+\frac{2}{3}\right)=0$
$\therefore 3x^2+7x+2=0$ 답 ⑤

0948 두 근이 $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$이고 x^2의 계수가 10인 이차방정식은

$10\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)=0$, $10\left(x^2+\frac{3}{10}x-\frac{1}{10}\right)=0$

$\therefore 10x^2+3x-1=0$

$\therefore a=3,\ b=-1$

따라서 $3x^2-x-2=0$에서 $(3x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

즉 정수인 해는 $x=1$

답 $x=1$

0949 세희가 잘못 본 이차방정식은

$(x-1)(x-10)=0$ $\therefore x^2-11x+10=0$

즉 처음 이차방정식의 상수항은 10이므로

$b=10$ ··· ❶

호범이가 잘못 본 이차방정식은

$(x+2)(x-9)=0$ $\therefore x^2-7x-18=0$

즉 처음 이차방정식의 x의 계수는 -7이므로

$a=-7$ ··· ❷

$\therefore a+b=3$ ··· ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0950 $\frac{n(n-3)}{2}=35$이므로 $n^2-3n-70=0$

$(n+7)(n-10)=0$ $\therefore n=10\ (\because n>3)$

따라서 구하는 다각형은 십각형이다.

답 ④

0951 $\frac{n(n+1)}{2}=66$이므로 $n^2+n-132=0$

$(n+12)(n-11)=0$ $\therefore n=11\ (\because n$은 자연수$)$

답 11

0952 $\frac{n(n-1)}{2}=45$이므로 $n^2-n-90=0$

$(n+9)(n-10)=0$ $\therefore n=10\ (\because n>1)$

따라서 모임의 회원은 모두 10명이다.

답 10명

0953 두 자연수를 x, $x+5$라 하면

$x(x+5)=126$

$x^2+5x-126=0$, $(x+14)(x-9)=0$

$\therefore x=9\ (\because x$는 자연수$)$

따라서 두 자연수는 9, 14이므로 구하는 합은

$9+14=23$

답 23

0954 어떤 자연수를 x라 하면 $3x=x^2-40$

$x^2-3x-40=0$, $(x+5)(x-8)=0$

$\therefore x=8\ (\because x$는 자연수$)$

답 ④

0955 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $9-x$이므로

$x(9-x)=(10x+9-x)-25$ ··· ❶

$x^2-16=0$, $(x+4)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because x$는 자연수$)$ ··· ❷

따라서 구하는 자연수는 45이다. ··· ❸

답 45

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 두 자리 자연수를 구할 수 있다.	20 %

0956 연속하는 두 정수를 x, $x+1$이라 하면

$x^2+(x+1)^2=145$

$x^2+x-72=0$, $(x+9)(x-8)=0$

$\therefore x=-9$ 또는 $x=8$

따라서 구하는 두 정수는 -9, -8 또는 8, 9이므로 두 정수의 곱은 72이다.

답 ③

0957 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$x^2=9(x-1+x+1)+19$

$x^2-18x-19=0$, $(x+1)(x-19)=0$

$\therefore x=19\ (\because x>1)$

따라서 가장 큰 수는 20이다.

답 ③

다른풀이 연속하는 세 자연수를 $x-2$, $x-1$, x라 하면

$(x-1)^2=9(x-2+x)+19$

$x^2-20x=0$, $x(x-20)=0$

$\therefore x=20\ (\because x>2)$

따라서 가장 큰 수는 20이다.

0958 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x+2)^2=(x-2)^2+x^2+7$ ··· ❶

$x^2-8x+7=0$, $(x-1)(x-7)=0$

$\therefore x=7\ (\because x>2)$ ··· ❷

따라서 세 홀수는 5, 7, 9이므로 구하는 합은 21이다. ··· ❸

답 21

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 세 홀수의 합을 구할 수 있다.	20 %

0959 전체 학생 수를 x라 하면 한 학생이 받은 호두과자의 개수는 $x-3$이므로

$26\times5=x(x-3)$

$x^2-3x-130=0$, $(x+10)(x-13)=0$

$\therefore x=13$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 전체 학생 수는 13이다. 답 ②

0960 동생의 나이를 x살이라 하면 언니의 나이는 $(x+2)$살이므로 $x(x+2)=195$

$x^2+2x-195=0$, $(x+15)(x-13)=0$

$\therefore x=13$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 동생의 나이는 13살이다. 답 13살

0961 펼친 두 면 중 왼쪽 면의 쪽수를 x라 하면 오른쪽 면의 쪽수는 $x+1$이므로

$x(x+1)=156$

$x^2+x-156=0$, $(x+13)(x-12)=0$

$\therefore x=12$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 두 면의 쪽수의 합은

$12+13=25$ 답 ①

0962 세로줄의 수를 x라 하면 가로줄의 수는 $2x-1$이므로

$x(2x-1)=120$ ··· ❶

$2x^2-x-120=0$, $(2x+15)(x-8)=0$

$\therefore x=8$ ($\because$ x는 자연수) ··· ❷

따라서 가로줄의 수는

$2\times8-1=15$ ··· ❸

답 15

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 가로줄의 수를 구할 수 있다.	20 %

0963 여행 날짜를 $(x-1)$일, x일, $(x+1)$일이라 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=50$

$x^2-16=0$, $(x+4)(x-4)=0$

$\therefore x=4$ ($\because$ $x>1$)

따라서 여행에서 돌아오는 날짜는 5일이다. 답 ③

0964 물체가 지면에 떨어지는 것은 높이가 0 m일 때이므로

$100+40t-5t^2=0$

$t^2-8t-20=0$, $(t+2)(t-10)=0$

$\therefore t=10$ ($\because$ $t>0$)

따라서 물체는 10초 후에 지면에 떨어진다. 답 ②

0965 물 로켓의 높이가 20 m이므로 $20t-5t^2=20$

$t^2-4t+4=0$, $(t-2)^2=0$

$\therefore t=2$

따라서 2초 후에 물 로켓의 높이가 20 m가 된다. 답 2초

0966 (1) $k=-5\times2^2+60\times2=100$ ··· ❶

(2) 공의 높이가 100 m이므로 $-5t^2+60t=100$

$t^2-12t+20=0$, $(t-2)(t-10)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=10$

따라서 공은 10초 후에 높이가 100 m인 지점을 다시 지난다. ··· ❷

답 (1) 100 (2) 10초

채점 기준	비율
❶ k의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 몇 초 후인지 구할 수 있다.	60 %

0967 줄인 길이를 x m라 하면

$(12-x)(8-x)=12\times8-64$

$x^2-20x+64=0$, $(x-4)(x-16)=0$

$\therefore x=4$ ($\because$ $0<x<8$)

따라서 가로, 세로의 길이를 4 m씩 줄였다. 답 4 m

0968 처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\pi\times(x+2)^2=4\times\pi\times x^2$

$3x^2-4x-4=0$, $(3x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ ($\because$ $x>0$)

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 2 cm이다. 답 ②

0969 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(15-x)$ cm이므로

$x(15-x)=54$

$x^2-15x+54=0$, $(x-6)(x-9)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=9$

이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 길기 때문에 가로의 길이는 9 cm이다. 답 9 cm

0970 $\overline{BC}^2=\overline{BD}\times\overline{BA}$이므로

$(x+3)^2=x(2x+4)$, $x^2-2x-9=0$

$\therefore x=1+\sqrt{10}$ ($\because$ $x>0$) 답 ①

0971 $\overline{AP}=\overline{QC}=x$ cm라 하면

$\overline{PB}=10-x$ (cm), $\overline{BQ}=15-x$ (cm)

$\triangle$PBQ의 넓이가 42 cm^{2}이므로

$\frac{1}{2}\times(15-x)\times(10-x)=42$ ··· ❶

$x^2-25x+66=0,\quad (x-3)(x-22)=0$

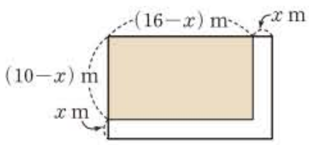
$\therefore x=3\ (\because 0<x<10)$ ⋯ ❷

$\therefore \overline{BQ}=15-3=12\,(cm)$ ⋯ ❸

답 12 cm

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ $\overline{BQ}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

0972 도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(16-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로



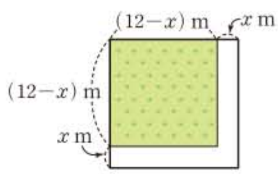
$(16-x)(10-x)=91$

$x^2-26x+69=0,\quad (x-3)(x-23)=0$

$\therefore x=3\ (\because 0<x<10)$

따라서 도로의 폭은 3 m이다. 답 ③

0973 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 공원의 넓이는 한 변의 길이가 $(12-x)$ m인 정사각형의 넓이와 같으므로



$(12-x)^2=100$

$12-x=\pm10\quad \therefore x=2\ (\because 0<x<12)$

따라서 길의 폭은 2 m이다. 답 2 m

0974 산책로의 폭을 x m라 하면

$(10+2x)(7+2x)-10\times7=84$

$2x^2+17x-42=0,\quad (2x+21)(x-2)=0$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

따라서 산책로의 폭은 2 m이다. 답 2 m

0975 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면은 가로, 세로의 길이가 각각 $(8-2x)$ cm, $(14-2x)$ cm인 직사각형이므로

$(8-2x)(14-2x)=72$

$x^2-11x+10=0,\quad (x-1)(x-10)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=10$

그런데 $x>0$, $8-2x>0$이므로 $\quad x=1$

따라서 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이는 1 cm이다. 답 ②

0976 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-6)$ cm인 정사각형이고 높이는 3 cm이므로

$(x-6)^2\times3=108$ ⋯ ❶

$(x-6)^2=36,\quad x-6=\pm6$

$\therefore x=12\ (\because x>6)$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 12 cm이다. ⋯ ❷

답 12 cm

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	50 %
❷ 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	50 %

0977 전략 각 항의 계수를 정수로 만든 후 근의 개수를 판별하는 식의 값의 부호를 이용한다.

풀이 $0.3x^2-\frac{1}{2}x-0.5=0$에서

$3x^2-5x-5=0$

$(-5)^2-4\times3\times(-5)=85>0$이므로 $\quad a=2$

$-x^2+4x-4=3$에서 $\quad x^2-4x+7=0$

$(-4)^2-4\times1\times7=-12<0$이므로 $\quad b=0$

$\therefore a+b=2$

답 2

0978 전략 보기의 각 경우마다 근의 개수를 판별하는 식의 값의 부호를 확인한다.

풀이 (ㄱ) $x^2-6x+4=0$에서

$(-6)^2-4\times1\times4=20>0$

이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

(ㄴ) $x^2-16=0$에서 $\quad (x+4)(x-4)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=4$

즉 서로 다른 두 근을 갖는다.

(ㄷ) $x^2+x+3=0$에서

$1^2-4\times1\times3=-11<0$

이므로 근을 갖지 않는다.

(ㄹ) $b<0$이면

$a^2-4\times1\times b=a^2-4b>0$

이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ⑤

0979 전략 이차방정식이 해를 가질 조건을 이용한다.

풀이 $(-5)^2-4\times3\times(1-m)\geq0$이므로

$13+12m\geq0\quad \therefore m\geq-\frac{13}{12}$

따라서 m의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

0980 전략 먼저 근의 개수를 판별하는 식을 이용하여 m의 값을 구한다.

풀이 $(-4)^2-4\times4\times m=0$이므로

$16-16m=0\quad \therefore m=1$

따라서 1, 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x-3)=0 \qquad \therefore\ x^2-4x+3=0$ 답 ①

0981 전략 주어진 식을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 $\dfrac{n(n+1)}{2}=105$이므로

$n^2+n-210=0, \qquad (n+15)(n-14)=0$

$\therefore\ n=14$ ($\because$ n은 자연수)

따라서 14단계이다. 답 14단계

0982 전략 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$x^2+(x+2)^2=340$

$x^2+2x-168=0, \qquad (x+14)(x-12)=0$

$\therefore\ x=12$ ($\because$ x는 짝수)

따라서 두 짝수는 12, 14이므로 구하는 곱은 168이다. 답 168

0983 전략 학생 수를 x로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 대회에 참가한 학생 수를 x라 하면 로보트 한 대를 조립하는 데 필요한 부품의 개수는 $2x-3$이므로

$x(2x-3)=170$

$2x^2-3x-170=0, \qquad (2x+17)(x-10)=0$

$\therefore\ x=10$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 대회에 참가한 학생 수는 10이다. 답 ②

0984 전략 두 수를 $x-7$, x로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 두 수 중에서 큰 수를 x라 하면 작은 수는 $x-7$이므로

$x(x-7)=120$

$x^2-7x-120=0, \qquad (x+8)(x-15)=0$

$\therefore\ x=15$ ($\because$ $x>7$) 답 15

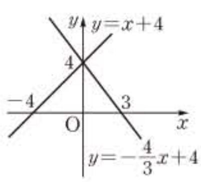
0985 전략 직선이 지나는 점의 좌표를 직선의 방정식에 대입하여 k의 값을 구한 후, 그래프를 그려 본다.

풀이 직선 $kx+y=4$가 점 $(k-1,\ 2k^2)$을 지나므로

$k(k-1)+2k^2=4$

$3k^2-k-4=0, \qquad (k+1)(3k-4)=0$

$\therefore\ k=-1$ 또는 $k=\dfrac{4}{3}$



(i) $k=-1$일 때, 직선 $-x+y=4$, 즉 $y=x+4$는 오른쪽 그림과 같이 제4사분면을 지나지 않는다.

(ii) $k=\dfrac{4}{3}$일 때, 직선 $\dfrac{4}{3}x+y=4$, 즉 $y=-\dfrac{4}{3}x+4$는 위의 그림과 같이 제4사분면을 지난다.

(i), (ii)에서 $\qquad k=-1$ 답 -1

0986 전략 물체의 높이가 25 m인 시각을 구한다.

풀이 물체의 높이가 25 m이면

$30t-5t^2=25, \qquad t^2-6t+5=0$

$(t-1)(t-5)=0$

$\therefore\ t=1$ 또는 $t=5$

따라서 높이가 25 m 이상인 것은 1초부터 5초까지이므로 4초 동안이다. 답 4초

0987 전략 늘인 길이를 x cm로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 늘인 길이를 x cm라 하면

$(6+x)(4+x)=2\times6\times4$

$x^2+10x-24=0, \qquad (x+12)(x-2)=0$

$\therefore\ x=2$ ($\because$ $x>0$)

따라서 가로, 세로의 길이를 2 cm씩 늘였다. 답 ②

0988 전략 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(16-x)$ cm이므로

$x^2+(16-x)^2=136$

$x^2-16x+60=0, \qquad (x-6)(x-10)=0$

$\therefore\ x=6$ 또는 $x=10$

이때 작은 정사각형은 큰 정사각형보다 한 변의 길이가 짧으므로 $\quad x=6$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 6 cm이므로 구하는 넓이는 $\quad 6^2=36\,(\text{cm}^2)$ 답 36 cm^2

0989 전략 가장 작은 원의 반지름의 길이를 x cm로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 가장 작은 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 내부에 있는 나머지 원의 반지름의 길이는 $(6-x)$ cm이므로

$\pi\times6^2-\pi\times(6-x)^2-\pi\times x^2=16\pi$

$x^2-6x+8=0, \qquad (x-2)(x-4)=0$

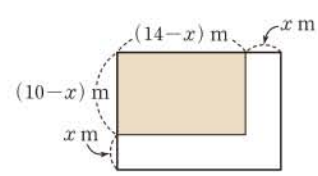
$\therefore\ x=2$ 또는 $x=4$

이때 가장 작은 원은 내부에 있는 나머지 원보다 반지름의 길이가 짧으므로 가장 작은 원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

답 ④

0990 전략 길을 제외한 땅을 이동하여 붙이면 직사각형이 됨을 이용한다.

풀이 길을 제외한 땅의 넓이는 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $(14-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(14-x)(10-x)=77,\quad x^2-24x+63=0$

$(x-3)(x-21)=0\quad \therefore x=3\ (\because 0<x<10)$ 답 3

0991 전략 근의 개수를 판별하는 식을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 $2^2-4\times(m-1)\times(-3)<0$이어야 하므로

$12m-8<0\quad \therefore m<\frac{2}{3}$ ··· ❶

따라서 m의 값 중 가장 큰 정수는 0이다. ··· ❷

답 0

채점 기준	비율
❶ m의 값의 범위를 구할 수 있다.	70 %
❷ m의 값 중 가장 큰 정수를 구할 수 있다.	30 %

0992 전략 잘못 본 이차방정식을 각각 구하여 일차항의 계수와 상수항을 구한다.

풀이 슬기가 잘못 본 이차방정식은

$(x+8)(x-2)=0\quad \therefore x^2+6x-16=0$

즉 처음 이차방정식의 상수항은 -16이다. ··· ❶

영은이가 잘못 본 이차방정식은

$(x-1)(x-5)=0\quad \therefore x^2-6x+5=0$

즉 처음 이차방정식의 x의 계수는 -6이다. ··· ❷

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-6x-16=0$이므로

$(x+2)(x-8)=0\quad \therefore x=-2$ 또는 $x=8$ ··· ❸

답 $x=-2$ 또는 $x=8$

채점 기준	비율
❶ 처음 이차방정식의 상수항을 구할 수 있다.	30 %
❷ 처음 이차방정식의 x의 계수를 구할 수 있다.	30 %
❸ 처음 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %

0993 전략 어떤 자연수를 x로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 어떤 자연수를 x라 하면

$x(x+2)=143$ ··· ❶

$x^2+2x-143=0,\quad (x+13)(x-11)=0$

$\therefore x=11\ (\because x$는 자연수$)$ ··· ❷

따라서 원래 곱하려던 두 수의 곱은

$11\times9=99$ ··· ❸

답 99

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 원래 곱하려던 두 수의 곱을 구할 수 있다.	20 %

0994 전략 빗금 친 부분이 직사각형임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 (1) $x(48-2x)=-2x^2+48x\ (\text{cm}^2)$ ··· ❶

(2) $-2x^2+48x=288$이므로

$x^2-24x+144=0,\quad (x-12)^2=0$

$\therefore x=12$

따라서 물받이의 높이는 12 cm이다. ··· ❷

답 (1) $(-2x^2+48x)\ \text{cm}^2$ (2) 12 cm

채점 기준	비율
❶ 넓이를 x에 대한 이차식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ 물받이의 높이를 구할 수 있다.	60 %

0995 전략 기호의 뜻에 맞게 이차방정식을 세운다.

풀이 $(3x-2)-(x+1)+(3x-2)(x+1)=k$이므로

$3x^2+3x-5-k=0$

$3^2-4\times3\times(-5-k)\geq0$이어야 하므로

$69+12k\geq0\quad \therefore k\geq-\frac{23}{4}$

따라서 k의 값 중 가장 작은 값은 $-\frac{23}{4}$이다. 답 ②

0996 전략 (매출액)=(가격)×(판매량)임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 가격 인상 후의 자장면 한 그릇의 가격은

$4000\times\left(1+\frac{5x}{100}\right)$(원)

가격 인상 전에 k그릇의 자장면이 팔렸다고 하면 인상 후의 자장면의 판매량은 $k\times\left(1-\frac{4x}{100}\right)$(그릇)

가격 인상 전후의 매출액이 같으므로

$4000k=4000\left(1+\frac{5x}{100}\right)\times k\left(1-\frac{4x}{100}\right)$

$20x^2-100x=0,\quad x(x-5)=0$

$\therefore x=5\ (\because x>0)$

따라서 가격 인상 후의 자장면 한 그릇의 가격은

$4000\times\left(1+\frac{25}{100}\right)=5000$(원) 답 ④

0997 전략 $\overline{AB}=x$ cm로 놓고 닮음인 두 도형에서 대응변의 길이의 비가 같음을 이용한다.

풀이 □ABCD∽□DEFC이므로 $\overline{AB}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AD}:\overline{DC}$

$x:(12-x)=12:x,\quad x^2+12x-144=0$

$\therefore x=-6+6\sqrt{5}\ (\because x>0)$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $(-6+6\sqrt{5})$ cm이다.

답 $(-6+6\sqrt{5})$ cm

라쎈 보충

평면도형에서 닮음의 성질

① $\underbrace{\text{대응변의 길이의 비}}_{\text{닮음비}}$는 일정하다.

② 대응각의 크기는 각각 같다.

Ⅳ. 이차함수

09 이차함수의 그래프 (1)

0998 답 ×

0999 답 ○

1000 $y=x^2-(4-4x+x^2)=4x-4$ 답 ×

1001 $y=3x^2+3x$ 답 ○

1002 답 ×

1003 답 ○

1004 $y=4x$이므로 이차함수가 아니다. 답 풀이 참조

1005 $y=\frac{1}{2}\times(x+1)\times4=2x+2$이므로 이차함수가 아니다. 답 풀이 참조

1006 $y=\pi x^2$이므로 이차함수이다. 답 풀이 참조

1007 $y=x^3$이므로 이차함수가 아니다. 답 풀이 참조

1008 $y=x(x+2)=x^2+2x$이므로 이차함수이다. 답 풀이 참조

1009 $f(0)=-4$ 답 -4

1010 $f(1)=1^2+2\times1-4=-1$ 답 -1

1011 $f(-3)=(-3)^2+2\times(-3)-4=-1$ 답 -1

1012 $f(2)=2^2-4\times2+3=-1$ 답 -1

1013 $f(2)=3\times2^2+2-2=12$ 답 12

1014 $f(2)=4\times2^2-5\times2=6$ 답 6

1015 답 아래

1016 답 $(0,\ 0)$

1017 답 x

1018 답 감소

1019 답 위

1020 답 $x=0$

1021 답 증가

1022 $y=-3\times(-1)^2=-3$ 답 -3

1023 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ)

1024 답 (ㄱ)

1025 답 (ㄴ)과 (ㅂ)

라쎈 보충

이차함수 $y=ax^2$에서
① a의 부호: 그래프의 볼록한 방향을 결정
② a의 절댓값: 그래프의 폭을 결정

1026 답 ㉡

1027 답 ㉣

1028 답 ㉠

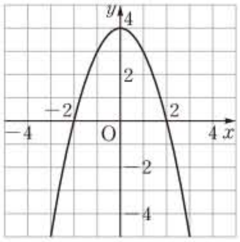
1029 답 ㉢

1030 답 $y=2x^2-1$

1031 답 $y=-x^2+3$

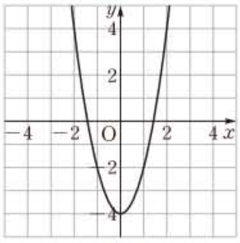
1032 답 $y=-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}$

1033 $y=-x^2+4$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.
또 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$이고 축의 방정식은 $x=0$이다.



답 풀이 참조

1034 $y=2x^2-4$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.
또 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -4)$이고 축의 방정식은 $x=0$이다.



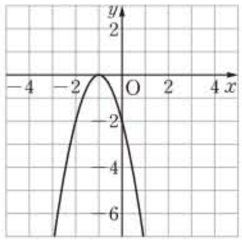
답 풀이 참조

1035 답 $y=(x+2)^2$

1036 답 $y=-5(x-1)^2$

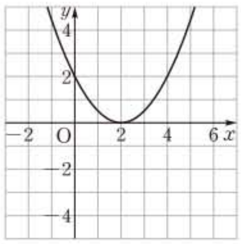
1037 답 $y=\frac{4}{5}\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$

1038 $y=-2(x+1)^2$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.
또 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$이고 축의 방정식은 $x=-1$이다.



답 풀이 참조

1039 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.
또 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$이고 축의 방정식은 $x=2$이다.



답 풀이 참조

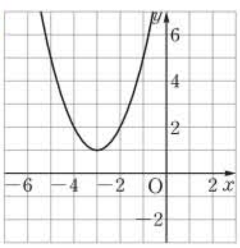
1040 답 $y=5(x-1)^2+3$

1041 답 $y=-3(x+1)^2-2$

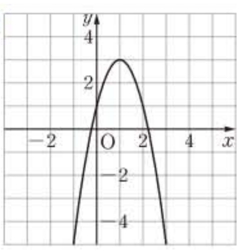
1042 답 $y=\frac{1}{3}(x-3)^2-\frac{1}{3}$

1043 답 $y=-\frac{4}{5}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+1$

1044 답



1045 답



1046 답 -1, 5

1047 답 $(-1, 5)$

1048 답 $x=-1$

1049 답 꼭짓점의 좌표: $(-2, -1)$, 축의 방정식: $x=-2$

1050 답 꼭짓점의 좌표: $(3, 4)$, 축의 방정식: $x=3$

1051 답 꼭짓점의 좌표: $\left(\frac{1}{3}, 5\right)$, 축의 방정식: $x=\frac{1}{3}$

1052 답 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$, 축의 방정식: $x=-\frac{1}{2}$

1053 ③ $y=x^2-x(x^2-1)=-x^3+x^2+x$
④ $y=(x-1)^2-x^2=x^2-2x+1-x^2=-2x+1$
⑤ $y=x(x-1)=x^2-x$
이상에서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

1054 (ㄱ) $x-y^2=0$에서 $\quad y^2=x$
(ㄴ) $x^2-y=0$에서 $\quad y=x^2$
(ㄷ) $y=(x-3)^2=x^2-6x+9$
(ㄹ) $y=x(x+1)^2=x(x^2+2x+1)=x^3+2x^2+x$
(ㅁ) $y=2x^2-(x+1)^2=2x^2-(x^2+2x+1)=x^2-2x-1$
(ㅂ) $y=(2x+1)(2x-1)=4x^2-1$
이상에서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ), (ㅂ)의 4개이다.

답 4

1055 ① $y=\frac{1}{2}\pi x^2$ ② $y=x^2$
③ $y=2x^2$ ④ $y=2x^2$
⑤ $y=\frac{1}{2}\times(x+x-2)\times 2=2x-2$
이상에서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

라쎈 보충
① (평행사변형의 넓이)=(밑변의 길이)×(높이)
② (사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(아랫변의 길이)+(윗변의 길이)$\}\times$(높이)

1056 $y=kx^2-2(x-3x^2)=(k+6)x^2-2x$
이 함수가 x에 대한 이차함수가 되려면
$k+6\neq0 \quad \therefore k\neq-6$

답 ①

1057 $y=(2a-1)x^2-2x+5$가 x에 대한 이차함수이므로
$2a-1\neq0 \quad \therefore a\neq\frac{1}{2}$

답 ④

1058 $y=(k^2+2k-3)x^2-x+4$가 x에 대한 이차함수이므로
$k^2+2k-3\neq0, \quad (k+3)(k-1)\neq0$
$\therefore k\neq-3$이고 $k\neq1$

답 ①, ④

1059 $f(x)=-x^2-x+5$에서

$f(2)=-2^2-2+5=-1$,

$f(-2)=-(-2)^2-(-2)+5=3$

$\therefore f(2)+f(-2)=2$

답 2

1060 $f(x)=3x^2-ax+2$에서

$f(-2)=3\times(-2)^2-a\times(-2)+2$

$=2a+14$

즉 $2a+14=0$이므로

$a=-7$

답 ①

1061 $f(x)=-x^2+4x+6$에서

$f(k)=-k^2+4k+6$

즉 $-k^2+4k+6=1$이므로 $k^2-4k-5=0$

$(k+1)(k-5)=0$

$\therefore k=5$ ($\because k>0$)

답 5

1062 $f(x)=ax^2+7x-5$에서

$f(1)=a+7-5=a+2$

즉 $a+2=4$이므로 $a=2$ ··· ❶

따라서 $f(x)=2x^2+7x-5$이므로

$b=f(2)=2\times2^2+7\times2-5=17$ ··· ❷

$\therefore ab=34$ ··· ❸

답 34

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20 %

1063 그래프가 위로 볼록하므로 x^2의 계수가 음수이어야 한다.

x^2의 계수가 음수인 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면

$\left|-\frac{1}{3}\right|<\left|-\frac{1}{2}\right|<|-2|$

따라서 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

답 ①

1064 주어진 그래프에서

$\frac{1}{4}<a<4$ ··· ❶

따라서 정수 a는 1, 2, 3의 3개이다. ··· ❷

답 3

채점 기준	비율
❶ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	60 %
❷ 정수 a의 개수를 구할 수 있다.	40 %

1065 이차함수 $y=ax^2$에 대하여

$a>0$일 때 색칠한 부분을 지나려면 a의 값이 $\frac{1}{3}$보다 작아야 한다.

이때 x^2의 계수가 양수인 ④, ⑤에서

$\frac{1}{4}<\frac{1}{3}<\frac{3}{2}$

이므로 색칠한 부분을 지나는 것은 ④ $y=\frac{1}{4}x^2$이다.

$a<0$일 때 색칠한 부분을 지나려면 a의 절댓값이 $|-2|$보다 커야 한다. 이때 x^2의 계수가 음수인 ①, ②, ③에서

$\left|-\frac{1}{3}\right|<|-1|<|-2|<|-3|$

이므로 색칠한 부분을 지나는 것은 ① $y=-3x^2$이다.

답 ①, ④

1066 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{4}x^2$

이 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{4}\times(-2)^2=-1$

답 ①

1067 그래프가 x축에 대하여 대칭이면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대이므로 (ㄱ)과 (ㅂ), (ㄷ)과 (ㅁ)의 그래프가 각각 x축에 대하여 대칭이다.

답 ②, ④

1068 (1) 위로 볼록한 그래프의 식은

$y=-x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$

이때 ㉠의 폭이 더 좁으므로 ㉠의 함수의 식은

$y=-x^2$ ··· ❶

(2) $y=-x^2$의 그래프가 점 $(a,\ -8)$을 지나므로

$-8=-a^2$, $a^2=8$

$\therefore a=2\sqrt{2}$ ($\because a>0$) ··· ❷

답 (1) $y=-x^2$ (2) $2\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ ㉠의 함수의 식을 구할 수 있다.	50 %
❷ 양수 a의 값을 구할 수 있다.	50 %

1069 ② 축의 방정식은 $x=0$이다.

답 ②

1070 ① y축에 대하여 대칭인 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.

③ $|a|<|2a|$이므로 $y=2ax^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

④ $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a<0$이면 $x>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

답 ③

1071 ① 아래로 볼록한 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.
② 폭이 가장 좁은 것은 (ㄱ)이다.
③ 폭이 가장 넓은 것은 (ㄹ)이다.
⑤ $x<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하는 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ④

1072 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로

$-3=a\times 2^2, \quad 4a=-3$

$\therefore a=-\frac{3}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{3}{4}x^2$이다. 답 ③

1073 $f(x)=ax^2$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$\frac{1}{2}=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2, \quad \frac{1}{4}a=\frac{1}{2}$

$\therefore a=2$

따라서 $f(x)=2x^2$이므로 ··· ❶

$f(3)=2\times 3^2=18$ ··· ❷

답 18

채점 기준	비율
❶ $f(x)$를 구할 수 있다.	60 %
❷ $f(3)$의 값을 구할 수 있다.	40 %

1074 주어진 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면 그래프가 점 $(4, 2)$를 지나므로

$2=a\times 4^2, \quad 16a=2$

$\therefore a=\frac{1}{8}$

따라서 $y=\frac{1}{8}x^2$의 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{8}\times(-2)^2=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

1075 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-1$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로

$a=\frac{1}{2}, p=-2, q=-1$

$\therefore a+p+q=-\frac{5}{2}$ 답 ②

1076 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 x^2의 계수가 $-\frac{3}{2}$이어야 하므로 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

1077 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x+1)^2+5$

이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a+5 \quad \therefore a=-2$

따라서 $y=-2(x+1)^2+5$의 그래프가 점 $(-3, b)$를 지나므로

$b=-2\times(-2)^2+5=-3$

$\therefore a+b=-5$ 답 ①

라쎈 보충

$y=ax^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은 다음과 같이 구한다.

① x축의 방향으로 p만큼 평행이동하면 x 대신 $x-p$를 대입한다.
→ $y=a(x-p)^2$

② y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면 y 대신 $y-q$를 대입한다.
→ $y=ax^2+q$

③ x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면 x 대신 $x-p$, y 대신 $y-q$를 대입한다.
→ $y=a(x-p)^2+q$

1078 $y=-(x-3)^2+1$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

$m=3, n=1$ ··· ❶

따라서 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

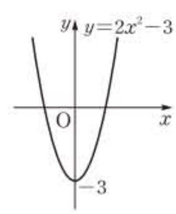
$y=(x-1)^2-3$ ··· ❷

답 $y=(x-1)^2-3$

채점 기준	비율
❶ m, n의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 그래프의 식을 구할 수 있다.	50 %

1079 ④ $y=2x^2-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.

답 ④



1080 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{3}x^2+5$

이므로 꼭짓점의 좌표는

$(0, 5)$

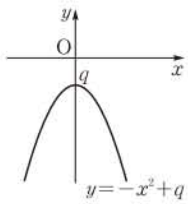
즉 $a=0$, $b=5$이므로

$a-b=-5$ 답 -5

1081 (ㄱ) 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ q)$이므로 꼭짓점은 y축 위에 있다.

(ㄴ) x^2의 계수의 절댓값이 같으므로 $y=x^2$의 그래프와 폭이 같다.

(ㄷ) $q<0$이면 $y=-x^2+q$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면과 제2사분면을 지나지 않는다.



이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ②

1082 $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 0)$, 축의 방정식은 $x=3$이므로

$a=3,\ b=0,\ c=3$

$\therefore\ a+b+c=6$

답 6

1083 (ㄱ) 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 0)$이다.

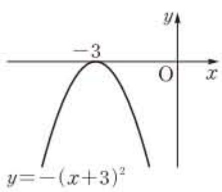
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ⑤

1084 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x+3)^2$

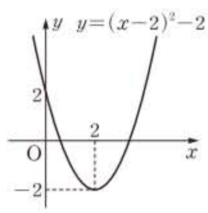
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-3$이다.

답 ②

1085 ③ $y=(x-2)^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



답 ③

1086 각 그래프의 꼭짓점의 좌표는 다음과 같다.

① $(-4,\ 0)$ ② $(0,\ -3)$ ③ $(1,\ 3)$

④ $(-3,\ -1)$ ⑤ $(-2,\ 2)$

따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

1087 평행이동한 그래프의 식은

$y=4(x+1)^2+4$ ··· ❶

위의 식의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 4)$이고 직선 $x=-1$에 대하여 대칭이므로

$m=-1,\ n=4,\ k=-1$ ··· ❷

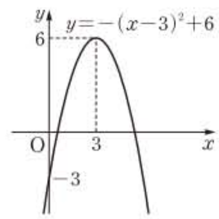
$\therefore\ mn+k=-5$ ··· ❸

답 −5

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	40 %
❷ $m,\ n,\ k$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $mn+k$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1088 $y=-(x-3)^2+6$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 6)$이고 위로 볼록한 포물선이다.

또 $x=0$일 때 $y=-3$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제2사분면을 지나지 않는다.

답 제2사분면

1089 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-p+2)^2-4+q$

이 그래프와 $y=-3x^2$의 그래프가 일치하므로

$-p+2=0,\ -4+q=0 \quad \therefore\ p=2,\ q=4$

$\therefore\ p+q=6$

답 ⑤

1090 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-5)^2+\frac{1}{2}$

이 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times(-3)^2+\frac{1}{2}, \quad 9a=\frac{3}{2}$

$\therefore\ a=\frac{1}{6}$

답 $\frac{1}{6}$

1091 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x+1-3)^2+1-7=-(x-2)^2-6$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -6)$이다.

답 $(2,\ -6)$

1092 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-2+1)^2-\frac{1}{2}-1$

$=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{3}{2}$

이 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{2}\times(-3)^2-\frac{3}{2}=3$

답 ④

1093 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-p)^2-4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ -4)$ ··· ❶

점 $(p,\ -4)$가 직선 $y=-x+3$ 위에 있으므로

$-4=-p+3 \quad \therefore\ p=7$ ··· ❷

답 7

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	50 %
❷ p의 값을 구할 수 있다.	50 %

1094 주어진 조건을 만족시키는 이차함수의 식은

$y=4(x-5)^2-3$

따라서 $a=4$, $p=-5$, $q=-3$이므로

$apq=60$ 답 ④

1095 축의 방정식이 $x=-2$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-3,\ -6)$을 지나므로

$-6=a\times(-1)^2+q$

$\therefore\ a+q=-6$ …… ㉠

또 점 $(4,\ -41)$을 지나므로

$-41=a\times 6^2+q$

$\therefore\ 36a+q=-41$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=-5$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x+2)^2-5$ 답 $y=-(x+2)^2-5$

1096 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+4$로 놓을 수 있다. ⋯ ❶

이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times 2^2+4,\quad 4a=-2$

$\therefore\ a=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$ ⋯ ❷

이 그래프가 점 $(k,\ 0)$을 지나므로

$0=-\frac{1}{2}(k+2)^2+4$

$(k+2)^2=8,\quad k+2=\pm 2\sqrt{2}$

$\therefore\ k=-2+2\sqrt{2}\ (\because\ k>0)$ ⋯ ❸

답 $-2+2\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ 꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식을 세울 수 있다.	30 %
❷ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	30 %
❸ 양수 k의 값을 구할 수 있다.	40 %

라쎈 특강

이차방정식 $(k+2)^2=8$을 전개해서 근의 공식을 이용하여 풀 수도 있지만 이 경우에는 제곱근을 이용하여 푸는 것이 더 간단해. 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이 방법을 기억하고 이용하면 풀이 시간을 단축할 수 있어.

$(x+p)^2=q\ (q>0)$의 해 ➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

1097 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로 $p>0$, $q<0$ 답 ①

1098 꼭짓점이 x축 위에 있으므로

$q=0$

꼭짓점이 원점의 오른쪽에 있으므로

$p>0$ 답 ②

1099 (1) 그래프가 아래로 볼록하므로

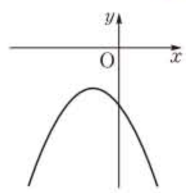
$a>0$ ⋯ ❶

꼭짓점이 제3사분면 위에 있으므로

$p<0$, $q<0$ ⋯ ❷

(2) $y=q(x-p)^2-a$에서 $q<0$이므로 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점의 좌표는 $(p,\ -a)$이고 $p<0$, $-a<0$이므로 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.

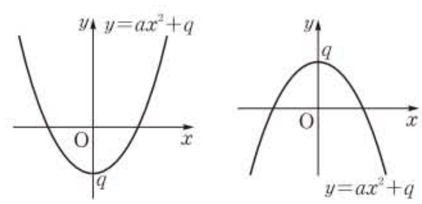


따라서 그래프는 위의 그림과 같으므로 제3사분면, 제4사분면을 지난다. ⋯ ❸

답 (1) $a>0$, $p<0$, $q<0$
(2) 제3사분면, 제4사분면

채점 기준	비율
❶ a의 부호를 구할 수 있다.	20 %
❷ p, q의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❸ $y=q(x-p)^2-a$의 그래프가 지나는 사분면을 구할 수 있다.	50 %

1100 $y=ax^2+q$의 그래프가 모든 사분면을 지나는 경우는 다음과 같다.



즉 $a>0$, $q<0$ 또는 $a<0$, $q>0$이므로

$aq<0$ 답 ④

1101 전략 x, y 사이의 관계식을 세운다.

풀이 (ㄱ) $y=2\pi x$ (ㄴ) $y=\frac{1}{2}x^3$

(ㄷ) $y=6x^2$ (ㄹ) $y=10\pi x^2$

이상에서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ⑤

1102 전략 우변을 정리하여 x^2의 계수를 구한다.

풀이 $y=kx^2+1-4x(x+2)$

$=(k-4)x^2-8x+1$

앞의 함수가 x에 대한 이차함수이므로

$k-4\neq 0 \qquad \therefore k\neq 4$ 답 ⑤

1103 전략 이차함수 $y=kx^2$에서 k의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아짐을 이용한다.

풀이 $y=ax^2$, $y=bx^2$의 그래프는 아래로 볼록하므로

$a>0,\ b>0$

이때 $y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=bx^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로

$b<a$

$y=cx^2$, $y=dx^2$의 그래프는 위로 볼록하므로

$c<0,\ d<0$

이때 $y=dx^2$의 그래프의 폭이 $y=cx^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로

$|c|<|d|, \qquad -c<-d$

$\therefore c>d$

$\therefore d<c<b<a$ 답 $d<c<b<a$

1104 전략 $y=ax^2$의 그래프의 성질을 이용한다.

풀이 (ㄴ) 축의 방정식은 $x=0$이다.

(ㄷ) $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프는 제1사분면과 제2사분면을 지난다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ)뿐이다. 답 ①

1105 전략 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓고 그래프가 지나는 점을 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 주어진 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면 그래프가 점 $(2,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times 2^2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

① 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다.

② $x=1$을 대입하면 $y=-\frac{1}{2}$이므로 점 $\left(1,\ -\frac{1}{2}\right)$을 지난다.

③ 직선 $x=0$에 대하여 대칭이다.

⑤ $\left|-\frac{1}{2}\right|<|2|$이므로 $y=2x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

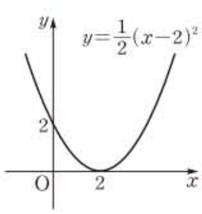
답 ④

1106 전략 평행이동한 그래프를 그려 본다.

풀이 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $x=2$이면 $y=0$이므로 모든 실수 x에 대하여 y의 값은 음이 아닌 실수이다.

답 ⑤

1107 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 평행이동한 그래프의 식은

$y=4(x-4)^2-2$ …… ㉠

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ -2)$이므로

$p=4,\ q=-2$

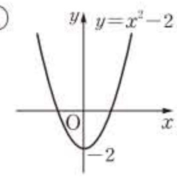
㉠의 그래프가 점 $(0,\ k)$를 지나므로

$k=4\times(-4)^2-2=62$

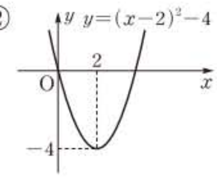
$\therefore p+q+k=64$ 답 64

1108 전략 이차함수의 그래프를 그려 본다.

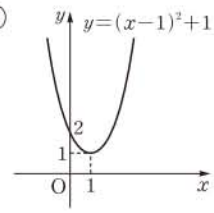
풀이 ①



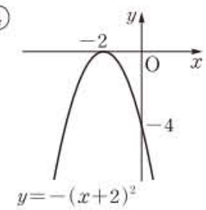
②



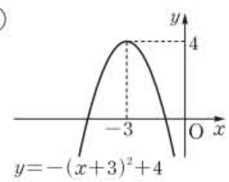
③



④



⑤



이상에서 $x<-2$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하는 것은 ④이다. 답 ④

1109 전략 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 직선의 방정식에 대입한다.

풀이 $y=-2(x-p)^2-p$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(p,\ -p)$

점 $(p,\ -p)$가 직선 $y=2x+4$ 위에 있으므로

$-p=2p+4, \qquad 3p=-4$

$\therefore p=-\frac{4}{3}$ 답 $-\frac{4}{3}$

1110 전략 평행이동한 그래프의 식에 주어진 점의 좌표를 대입한다.

풀이 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-k-2)^2+1-k$

이 그래프가 점 $(3,\ 12)$를 지나므로

$12=(-k+1)^2+1-k, \qquad k^2-3k-10=0$

$(k+2)(k-5)=0$

$\therefore k=5\ (\because k>0)$ 답 5

1111 전략 $y=2(x-4)^2$의 그래프는 $y=2(x+2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구한다.

풀이 $y=2(x-4)^2$의 그래프는 $y=2(x+2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이므로

$\overline{PQ}=6$

답 6

1112 전략 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식을 세운다.

풀이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+3$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 원점을 지나므로

$0=a+3 \quad \therefore a=-3$

$\therefore y=-3(x+1)^2+3$

이 그래프가 점 $(2, -k)$를 지나므로

$-k=-3\times3^2+3=-24$

$\therefore k=24$

답 24

1113 전략 그래프의 모양과 꼭짓점의 위치를 생각한다.

풀이 $a>0$이므로 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점의 좌표는 (p, q)이고 $p<0$, $q>0$이므로 꼭짓점은 제2사분면 위에 있다.

따라서 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

답 ③

1114 전략 주어진 함숫값을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

풀이 $a=f(-1)=(-1)^2-4\times(-1)+3=8$ ··· ❶

$f(b)=-1$에서

$b^2-4b+3=-1, \quad b^2-4b+4=0$

$(b-2)^2=0 \quad \therefore b=2$ ··· ❷

$\therefore a+b=10$ ··· ❸

답 10

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

1115 전략 점 C의 x좌표를 구한 후 $\overline{AB}=\overline{BC}$임을 이용하여 점 B의 x좌표를 구한다.

풀이 점 C의 x좌표를 $k\,(k>0)$라 하면 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $C(k, 4)$를 지나므로

$4=\frac{1}{3}k^2, \quad k^2=12$

$\therefore k=2\sqrt{3}\ (\because k>0)$ ··· ❶

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 점 B의 x좌표는

$\frac{1}{2}k=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ ··· ❷

따라서 $y=ax^2$의 그래프가 점 $B(\sqrt{3}, 4)$를 지나므로

$4=a\times(\sqrt{3})^2, \quad 3a=4$

$\therefore a=\frac{4}{3}$ ··· ❸

답 $\frac{4}{3}$

채점 기준	비율
❶ 점 C의 x좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ 점 B의 x좌표를 구할 수 있다.	20 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	40 %

1116 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x+5+a)^2-2+5$

$=-2(x+5+a)^2+3$ ··· ❶

이 그래프가 점 $(-4, 2)$를 지나므로

$2=-2(a+1)^2+3, \quad (a+1)^2=\frac{1}{2}$

$a+1=\pm\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore a=-1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ ··· ❷

따라서 모든 a의 값의 합은

$\left(-1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\left(-1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-2$ ··· ❸

답 -2

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	30 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ 모든 a의 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

1117 전략 꼭짓점의 좌표와 y축과의 교점의 좌표를 이용한다.

풀이 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

(p, q)

이때 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$이므로

$p=2, q=3$ ··· ❶

$y=a(x-2)^2+3$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=a\times(-2)^2+3, \quad 4a=-1$

$\therefore a=-\frac{1}{4}$ ··· ❷

$\therefore apq=-\frac{3}{2}$ ··· ❸

답 $-\frac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ p, q의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ apq의 값을 구할 수 있다.	20 %

1118 전략 □ABCD가 정사각형이므로 $\overline{BC}=\overline{CD}$임을 이용한다.

풀이 점 B의 x좌표를 $k\,(k>0)$라 하면

$B(k,\ k^2-8),\ C(k,\ 0),\ D(-k,\ 0)$

$\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $\quad 0-(k^2-8)=k-(-k)$

$k^2+2k-8=0, \qquad (k+4)(k-2)=0$

$\therefore\ k=2\ (\because\ k>0)$

따라서 □ABCD의 한 변의 길이가 $2k$, 즉 4이므로

□ABCD$=4^2=16$

답 16

1119 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x-a-4)^2-3a+1-13$

$=2(x-a-4)^2-3a-12 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

㉠의 그래프의 축의 방정식은 $\quad x=a+4$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로

$a+4>0 \qquad \therefore\ a>-4 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(a+4,\ -3a-12)$

이고 ㉡에서 $\quad -3a<12 \qquad \therefore\ -3a-12<0$

따라서 ㉠의 그래프의 꼭짓점은 제4사분면 위에 있다.

답 제4사분면

1120 전략 주어진 일차함수의 그래프를 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

풀이 $ax+y+b=0$에서 $\quad y=-ax-b$

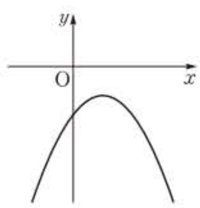
주어진 일차함수의 그래프의 기울기와 y절편이 모두 음수이므로

$-a<0,\ -b<0 \qquad \therefore\ a>0,\ b>0$

$y=-(x-a)^2-b$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ -b)$이다.

이때 $a>0,\ -b<0$이므로 꼭짓점은 제4사분면 위에 있다.

따라서 $y=-(x-a)^2-b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면과 제2사분면을 지나지 않는다.



답 ③

라쎈 보충

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 a, b의 부호

(1) **a의 부호**: 직선의 방향으로 결정된다.

① 직선이 오른쪽 위로 향한다. ⇨ $a>0$

② 직선이 오른쪽 아래로 향한다. ⇨ $a<0$

(2) **b의 부호**: y축과의 교점의 위치로 결정된다.

① y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치 ⇨ $b>0$

② y축과의 교점이 원점에 위치 ⇨ $b=0$

③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치 ⇨ $b<0$

10 이차함수의 그래프 (2)

Ⅳ. 이차함수

1121 $y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$ 답 $y=(x-1)^2-2$

1122 $y=-2x^2+12x+5$

$=-2(x^2-6x)+5$

$=-2(x-3)^2+23$

답 $y=-2(x-3)^2+23$

1123 $y=3x^2+6x+3$

$=3(x^2+2x)+3$

$=3(x+1)^2$ 답 $y=3(x+1)^2$

1124 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-4x)+1$

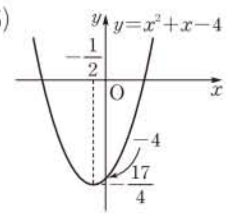
$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

답 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

1125 (1) $y=x^2+x-4=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{17}{4}$

(2) $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{17}{4}\right)$ (3) $x=-\frac{1}{2}$ (4) $(0,\ -4)$

(5)

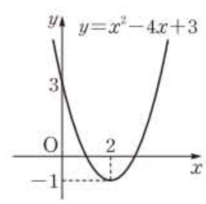


답 풀이 참조

1126 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

또 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -1)$, 축의 방정식은 $x=2$이다.



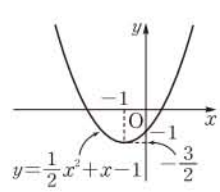
답 풀이 참조

1127 $y=\frac{1}{2}x^2+x-1$

$=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

또 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1,\ -\frac{3}{2}\right)$, 축의 방정식은 $x=-1$이다.

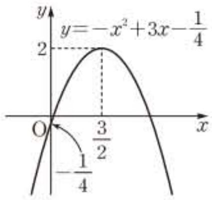


답 풀이 참조

1128 $y=-x^2+3x-\frac{1}{4}$

$=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



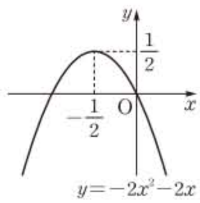
또 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$, 축의 방정식은 $x=\frac{3}{2}$이다.

답 풀이 참조

1129 $y=-2x^2-2x$

$=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



또 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$이다.

답 풀이 참조

1130 $y=x^2+x-6$에 $x=0$을 대입하면 $y=-6$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $(0, -6)$ 답 $(0, -6)$

1131 $y=x^2+x-6$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

따라서 구하는 교점의 좌표는

$(-3, 0)$, $(2, 0)$ 답 $(-3, 0)$, $(2, 0)$

1132 답 (1) $>$ (2) $>$, $>$ (3) $<$

1133 답 (1) $<$ (2) $<$, $>$ (3) $>$

1134 그래프가 아래로 볼록하므로 $a \boxed{>} 0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a>0$이므로 $b \boxed{<} 0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c \boxed{<} 0$

답 $>$, $<$, $<$

1135 그래프가 아래로 볼록하므로 $a \boxed{>} 0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$

이때 $a>0$이므로 $b \boxed{>} 0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c \boxed{>} 0$

답 $>$, $>$, $>$

1136 그래프가 위로 볼록하므로 $a \boxed{<} 0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a<0$이므로 $b \boxed{>} 0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c \boxed{<} 0$

답 $<$, $>$, $<$

1137 그래프가 위로 볼록하므로 $a \boxed{<} 0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$

이때 $a<0$이므로 $b \boxed{<} 0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c \boxed{>} 0$

답 $<$, $<$, $>$

1138 답 (가) $x-1$ (나) -1 (다) $y=-(x-1)^2-2$

1139 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+1$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a+1$ $\therefore a=2$

$\therefore y=2(x+1)^2+1$ 답 $y=2(x+1)^2+1$

1140 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+4$로 놓으면 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로

$0=4a+4$ $\therefore a=-1$

$\therefore y=-(x-1)^2+4$ 답 $y=-(x-1)^2+4$

1141 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+3$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$-1=4a+3$ $\therefore a=-1$

$\therefore y=-(x+2)^2+3$ 답 $y=-(x+2)^2+3$

1142 답 (가) $x+1$ (나) 7 (다) 2 (라) -1 (마) $y=2(x+1)^2-1$

1143 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓으면 그래프가 점 $(-3, -2)$를 지나므로

$-2=a+q$ ...... ㉠

또 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=4a+q$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $q=-3$

$\therefore y=(x+2)^2-3$ 답 $y=(x+2)^2-3$

1144 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓으면 그래프가 점 $(1, 1)$을 지나므로

$1=a+q$ ...... ㉠

또 점 $(0, -5)$를 지나므로

$-5=4a+q$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $q=3$

$\therefore y=-2(x-2)^2+3$ 답 $y=-2(x-2)^2+3$

1145 그래프의 축의 방정식이 $x=1$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=a+q$ ······ ㉠

또 점 $(4, 5)$를 지나므로

$5=9a+q$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $q=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{2}$ 답 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{2}$

1146 답 (가) 2 (나) -1 (다) 1 (라) 2 (마) $y=x^2+2x-2$

1147 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+5$로 놓으면 그래프가 점 $(-1, 6)$을 지나므로

$6=a-b+5$ $\therefore a-b=1$ ······ ㉠

또 점 $(1, 0)$을 지나므로

$0=a+b+5$ $\therefore a+b=-5$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-2$, $b=-3$

$\therefore y=-2x^2-3x+5$ 답 $y=-2x^2-3x+5$

1148 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+2$로 놓으면 그래프가 점 $(-1, -7)$을 지나므로

$-7=a-b+2$ $\therefore a-b=-9$ ······ ㉠

또 점 $(1, -5)$를 지나므로

$-5=a+b+2$ $\therefore a+b=-7$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-8$, $b=1$

$\therefore y=-8x^2+x+2$ 답 $y=-8x^2+x+2$

1149 그래프가 y축과 점 $(0, -1)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-1$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-2, -1)$을 지나므로

$-1=4a-2b-1$ $\therefore 2a-b=0$ ······ ㉠

또 점 $(1, 5)$를 지나므로

$5=a+b-1$ $\therefore a+b=6$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=2$, $b=4$

$\therefore y=2x^2+4x-1$ 답 $y=2x^2+4x-1$

1150 답 (가) $x-4$ (나) -1 (다) $y=-(x+2)(x-4)$

1151 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-2)$로 놓으면 그래프가 점 $(0, -8)$을 지나므로

$-8=-4a$ $\therefore a=2$

$\therefore y=2(x+2)(x-2)$ 답 $y=2(x+2)(x-2)$

1152 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-1)$로 놓으면 그래프가 점 $(-1, 12)$를 지나므로

$12=-4a$ $\therefore a=-3$

$\therefore y=-3(x+3)(x-1)$ 답 $y=-3(x+3)(x-1)$

1153 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-4)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=-4a$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 답 $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$

1154 $y=2x^2+6x+3=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$

따라서 $a=2$, $p=-\frac{3}{2}$, $q=-\frac{3}{2}$이므로

$a+p+q=-1$ 답 ⑤

1155 $y=-3x^2+6x-1$

$=-3(x^2-\boxed{2}x)-1$

$=-3(x^2-2x+\boxed{1}-\boxed{1})-1$

$=-3(x-\boxed{1})^2+\boxed{3}-1$

$=-3(x-1)^2+\boxed{2}$

$\therefore$ (가) 2 (나) 1 (다) 1 (라) 3 (마) 2 답 ④

1156 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x-5=-\frac{1}{2}(x-4)^2+3$

따라서 $p=4$, $q=3$이므로 $p+q=7$ 답 7

1157 $y=4x^2-2x+1=4\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{3}{4}$ ··· ❶

따라서 $y=4x^2-2x+1$의 그래프는 $y=4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{1}{4}$만큼, y축의 방향으로 $\frac{3}{4}$만큼 평행이동한 것이므로

$a=4$, $p=\frac{1}{4}$, $q=\frac{3}{4}$ ··· ❷

$\therefore a+p+q=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	50 %
❷ a, p, q의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+p+q$의 값을 구할 수 있다.	10 %

1158 $y=-x^2+ax+3$의 그래프가 점 $(-1, 6)$을 지나므로

$6=-(-1)^2-a+3$

$\therefore a=-4$

따라서 $y=-x^2-4x+3=-(x+2)^2+7$이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 7)$이다. 답 ③

1159 ① $y=2x^2+3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$
② $y=(x-1)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$
③ $y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{1}{2}$
④ $y=\frac{1}{2}x^2+x-3=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{7}{2}$
따라서 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$
⑤ $y=-x^2+4x+1=-(x-2)^2+5$
따라서 그래프의 축의 방정식은 $x=2$
이상에서 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ⑤이다.
답 ⑤

1160 $y=x^2-2ax-2=(x-a)^2-a^2-2$이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(a,\ -a^2-2)$ ⋯ ❶
$y=2x^2-8x+b=2(x-2)^2+b-8$이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(2,\ b-8)$ ⋯ ❷
두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
$a=2,\ -a^2-2=b-8$
따라서 $a=2,\ b=2$이므로
$a-b=0$ ⋯ ❸
답 0

채점 기준	비율
❶ $y=x^2-2ax-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ $y=2x^2-8x+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1161 $y=-\frac{1}{4}x^2+x+k=-\frac{1}{4}(x-2)^2+k+1$
이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(2,\ k+1)$
꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로
$k+1<0$ $\therefore k<-1$
답 ②

1162 $y=2x^2-px+3=2\left(x-\frac{p}{4}\right)^2+3-\frac{p^2}{8}$
이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{p}{4}$
즉 $\frac{p}{4}=-3$이므로 $p=-12$
답 -12

다른풀이 축의 방정식이 $x=-3$이므로 이차함수의 식을 $y=2(x+3)^2+q$로 놓을 수 있다.
$y=2(x+3)^2+q=2x^2+12x+18+q$의 그래프가 $y=2x^2-px+3$의 그래프와 일치하므로
$12=-p,\ 18+q=3$
$\therefore p=-12,\ q=-15$

1163 $y=x^2-2px+3p^2=(x-p)^2+2p^2$
이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 2p^2)$
이 꼭짓점이 직선 $y=2x+4$ 위에 있으므로
$2p^2=2p+4,\quad p^2-p-2=0$
$(p+1)(p-2)=0\quad \therefore p=2\ (\because p>0)$
답 2

1164 $y=x^2-6x+8$에 $y=0$을 대입하면
$x^2-6x+8=0,\quad (x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=4$
$y=x^2-6x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$
따라서 $p=2,\ q=4,\ r=8$ 또는 $p=4,\ q=2,\ r=8$이므로
$p+q+r=14$
답 ⑤

1165 그래프가 점 $(3,\ -5)$를 지나므로
$-5=-3^2+6\times3+k\quad \therefore k=-14$ ⋯ ❶
$y=-x^2+6x-14$에 $x=0$을 대입하면 $y=-14$
따라서 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는
$(0,\ -14)$ ⋯ ❷
답 $(0,\ -14)$

채점 기준	비율
❶ k의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 구할 수 있다.	50 %

1166 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$에 $y=0$을 대입하면
$\frac{1}{2}x^2-2x-6=0,\quad x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0\quad \therefore x=-2$ 또는 $x=6$
따라서 그래프와 x축의 교점의 좌표가 $(-2,\ 0),\ (6,\ 0)$이므로
$\overline{AB}=6-(-2)=8$
답 8

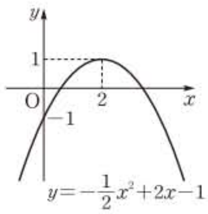
1167 $y=-x^2-3x+4=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$
이므로 $b=-\frac{3}{2},\ c=\frac{25}{4}$
$y=-x^2-3x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$
$\therefore d=4$
$y=-x^2-3x+4$에 $y=0$을 대입하면 $-x^2-3x+4=0$
$x^2+3x-4=0,\quad (x+4)(x-1)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$
$a<e$이므로 $a=-4,\ e=1$
답 ①

1168 $y=x^2-4x+2=(x-2)^2-2$
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -2)$이고 y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 2)$이므로 그래프는 ③과 같다.
답 ③

1169 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$이고 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -1)$이다.

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.

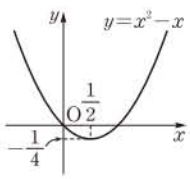


답 ②

1170 ① $y=x^2-x=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

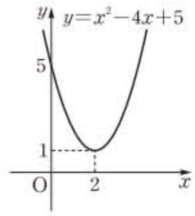
따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.



② $y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

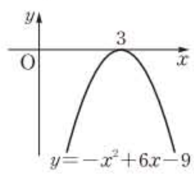
따라서 x축과 만나지 않는다.



③ $y=-x^2+6x-9=-(x-3)^2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

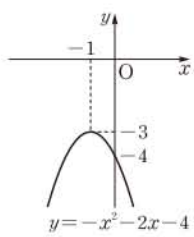
따라서 x축과 한 점에서 만난다.



④ $y=-x^2-2x-4=-(x+1)^2-3$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

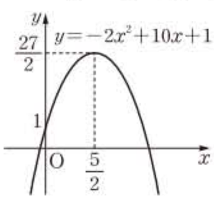
따라서 x축과 만나지 않는다.



⑤ $y=-2x^2+10x+1$

$=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{27}{2}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.



답 ③

다른풀이 주어진 식에 $y=0$을 대입하여 그래프와 x축의 교점의 x좌표를 구하면

① $x^2-x=0$에서 $\quad x(x-1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

② $x^2-4x+5=0$에서 $(-4)^2-4\times1\times5=-4<0$이므로 이차방정식이 근을 갖지 않는다.

따라서 x축과 만나지 않는다.

③ $-x^2+6x-9=0$에서 $\quad x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0 \quad \therefore x=3$

따라서 x축과 한 점에서 만난다.

④ $-x^2-2x-4=0$에서 $\quad x^2+2x+4=0$

이때 $2^2-4\times1\times4=-12<0$이므로 이차방정식이 근을 갖지 않는다.

따라서 x축과 만나지 않는다.

⑤ $-2x^2+10x+1=0$에서 $\quad 2x^2-10x-1=0$

$\therefore x=\frac{5\pm3\sqrt{3}}{2}$

따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

라쎈 보충

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형했을 때, $a,\ p,\ q$의 부호에 따라 그래프와 x축의 교점이 다음과 같다.

① $q=0$ ➡ 그래프가 x축과 한 점에서 만난다.

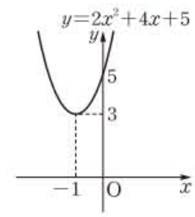
② $aq<0$ ➡ 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

③ $aq>0$ ➡ 그래프가 x축과 만나지 않는다.

1171 $y=2x^2+4x+5=2(x+1)^2+3$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x<-1$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소한다.

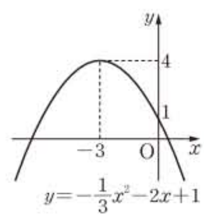


답 ②

1172 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+1$

$=-\frac{1}{3}(x+3)^2+4$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다. ➊



따라서 $x<-3$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다. ➋

답 $x<-3$

채점 기준	비율
➊ 이차함수의 그래프를 그릴 수 있다.	50 %
➋ x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위를 구할 수 있다.	50 %

1173 $y=-x^2+2ax+1=-(x-a)^2+a^2+1$

이므로 그래프의 축의 방정식이 $x=a$이다.

이때 $x=-2$를 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$이다.

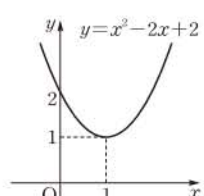
$\therefore a=-2$

답 -2

1174 $y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

⑤ 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.

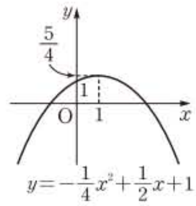


답 ⑤

1175 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+1$

$=-\frac{1}{4}(x-1)^2+\frac{5}{4}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



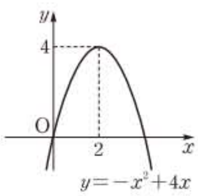
(ㄷ) 모든 사분면을 지난다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ②

1176 $y=-x^2+4x$

$=-(x-2)^2+4$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $x>2$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

답 ⑤

1177 $y=3x^2-6x+6=3(x-1)^2+3$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x+1-1)^2+3+3=3x^2+6$

따라서 $a=3$, $b=0$, $c=6$이므로

$a+b+c=9$ 답 9

1178 $y=x^2+6x+8=(x+3)^2-1$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x+1+3)^2-1-2=(x+4)^2-3$

따라서 이 그래프의 축의 방정식은

$x=-4$ 답 ①

1179 $y=-3x^2+6x-8=-3(x-1)^2-5$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x+4-1)^2-5=-3(x+3)^2-5$

이 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=-3\times1-5=-8$ 답 -8

1180 $y=-x^2-4x+10=-(x+2)^2+14$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-a+2)^2+14-2$

$=-(x-a+2)^2+12$ ··· ❶

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a-2,\ 12)$

따라서 $a-2=1$, $12=b$이므로

$a=3$, $b=12$ ··· ❷

$\therefore a+b=15$ ··· ❸

답 15

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	50 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

1181 $y=\frac{1}{2}x^2+4x-8=\frac{1}{2}(x+4)^2-16$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-m+4)^2-16+n$

이 그래프가 $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{9}{2}=\frac{1}{2}(x+1)^2-5$의 그래프와 일치하므로

$-m+4=1$, $-16+n=-5$

$\therefore m=3$, $n=11$

$\therefore m+n=14$ 답 ④

1182 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+6=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8$

이므로 $\mathrm{A}(-2,\ 8)$

$y=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$에 $y=0$을 대입하면

$-\frac{1}{2}x^2-2x+6=0$, $x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$

따라서 $\mathrm{B}(-6,\ 0)$, $\mathrm{C}(2,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=2-(-6)=8$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times8\times8=32$ 답 32

1183 $y=-x^2+3x+2=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{17}{4}$

이므로 $\mathrm{A}\left(\frac{3}{2},\ \frac{17}{4}\right)$

$y=-x^2+3x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$

$\therefore \mathrm{B}(0,\ 2)$

$\therefore \triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$ 답 ②

1184 (1) $y=x^2-3x-4$에 $x=0$을 대입하면 $y=-4$

$\therefore \mathrm{C}(0,\ -4)$ ··· ❶

(2) $y=x^2-3x-4$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$ ··· ❷

따라서 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(4,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=4-(-1)=5$ ··· ❸

(3) $\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times5\times4=10$ ··· ❹

답 (1) $(0,\ -4)$ (2) 5 (3) 10

채점 기준	비율
❶ 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❷ x축과 만나는 두 점의 x좌표를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❹ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

1185 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$
이때 $a<0$이므로 $b<0$
또 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

답 ④

1186 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$
이때 $a<0$이므로 $b>0$
또 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$
① $a<0$ ② $-b<0$ ③ $b-a>0$
④ $bc<0$ ⑤ $abc>0$

답 ③, ⑤

1187 $a>0$이므로 그래프가 아래로 볼록하고 $ab>0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 있다.
또 $c<0$에서 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로
$y=ax^2+bx+c$의 그래프는 ④와 같다. 답 ④

1188 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$
이때 $a>0$이므로 $b<0$
또 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$
$y=bx^2+cx+a$에서 $b<0$이므로 그래프는 위로 볼록하고
$bc<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있다.
또 $a>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있다.
따라서 $y=bx^2+cx+a$의 그래프는 ③과 같다. 답 ③

1189 꼭짓점의 좌표가 $(1, -5)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-1)^2-5$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로
$-1=a-5$ $\therefore a=4$
따라서 $y=4(x-1)^2-5=4x^2-8x-1$이므로
$b=-8$, $c=-1$
$\therefore a+b-c=-3$ 답 ①

1190 꼭짓점의 좌표가 $(2, 9)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-2)^2+9$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로
$0=9a+9$ $\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x-2)^2+9$
위의 식에 $x=0$을 대입하면 $y=5$
따라서 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 5)$이다. 답 $(0, 5)$

1191 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, 6)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+6$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로
$4=a+6$ $\therefore a=-2$ ··· ❶
따라서 $y=-2(x-1)^2+6=-2x^2+4x+4$이므로
$b=4$, $c=4$ ··· ❷
$\therefore 3a+2b-c=3\times(-2)+2\times4-4=-2$ ··· ❸

답 -2

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b, c의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $3a+2b-c$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1192 축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1, 19)$를 지나므로
$19=9a+q$ ······ ㉠
또 점 $(1, 3)$을 지나므로
$3=a+q$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=2$, $q=1$
따라서 $y=2(x-2)^2+1=2x^2-8x+9$이므로
$b=-8$, $c=9$
$\therefore a+b+c=3$ 답 ②

1193 조건 (가), (다)에 의하여 이차함수의 식을
$y=-2(x+3)^2+q$로 놓을 수 있다.
조건 (나)에 의하여 이 그래프가 점 $(3, -8)$을 지나므로
$-8=-72+q$ $\therefore q=64$
즉 그래프의 식이 $y=-2(x+3)^2+64$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 64)$이다. 답 $(-3, 64)$

1194 그래프의 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-5, 0)$을 지나므로
$0=9a+q$ ······ ㉠
또 $(0, 5)$를 지나므로
$5=4a+q$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=9$
$\therefore y=-(x+2)^2+9=-x^2-4x+5$ 답 ②

1195 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$c=2$
즉 $y=ax^2+bx+2$의 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로
$-2=a+b+2$ $\therefore a+b=-4$ ······ ㉠

또 점 $(2, -4)$를 지나므로

$-4=4a+2b+2 \quad \therefore 2a+b=-3 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1, b=-5$

$\therefore abc=-10$

답 ①

1196 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+1$로 놓을 수 있다. ➊

이 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지나므로

$2=a-b+1 \quad \therefore a-b=1 \quad \cdots\cdots ㉠$

또 점 $(1, 4)$를 지나므로

$4=a+b+1 \quad \therefore a+b=3 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2, b=1$

$\therefore y=2x^2+x+1$ ➋

$=2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{8}$

따라서 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(-\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$ ➌

답 $\left(-\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$

채점 기준	비율
➊ y절편을 이용하여 이차함수의 식을 세울 수 있다.	20 %
➋ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	40 %
➌ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	40 %

1197 그래프가 y축과 점 $(0, 8)$에서 만나므로

$c=8$

즉 $y=ax^2+bx+8$의 그래프가 점 $(3, -4)$를 지나므로

$-4=9a+3b+8 \quad \therefore 3a+b=-4 \quad \cdots\cdots ㉠$

또 점 $(4, 0)$을 지나므로

$0=16a+4b+8 \quad \therefore 4a+b=-2 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2, b=-10$

$\therefore a-b+c=20$

답 20

1198 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(6, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-6)$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3, 5)$를 지나므로

$5=-15a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}(x+2)(x-6)=-\frac{1}{3}(x^2-4x-12)$

$=-\frac{1}{3}(x-2)^2+\frac{16}{3}$

따라서 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(2, \frac{16}{3}\right)$

답 $\left(2, \frac{16}{3}\right)$

1199 x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$이고 그래프와 x축의 교점의 좌표가 $(-2, 0)$, $(3, 0)$이므로 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}(x+2)(x-3)$

$=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$

답 ②

1200 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-2)$로 놓을 수 있다. ➊

이 그래프가 점 $(1, -6)$을 지나므로

$-6=-2a \quad \therefore a=3$

$\therefore y=3(x+1)(x-2)$ ➋

$=3x^2-3x-6$

이 그래프가 점 $(k, 12)$를 지나므로

$12=3k^2-3k-6, \quad k^2-k-6=0$

$(k+2)(k-3)=0$

$\therefore k=3 \ (\because k>0)$ ➌

답 3

채점 기준	비율
➊ x절편을 이용하여 이차함수의 식을 세울 수 있다.	30 %
➋ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	30 %
➌ 양수 k의 값을 구할 수 있다.	40 %

1201 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$로 놓을 수 있다.

$y=a(x+1)(x-5)=a(x^2-4x-5)$

$=a(x-2)^2-9a$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, -9a)$

이때 꼭짓점의 y좌표가 18이므로

$-9a=18 \quad \therefore a=-2$

따라서 $y=-2(x^2-4x-5)=-2x^2+8x+10$이므로

$b=8, c=10$

$\therefore a+b+c=16$

답 16

1202 전략 완전제곱식을 만드는 과정에 필요한 수를 생각한다.

풀이 $y=\frac{1}{2}x^2+5x-3$

$=\frac{1}{2}(x^2+10x)-3$

$=\frac{1}{2}(x^2+10x+25-25)-3$

$=\frac{1}{2}(x+5)^2-\frac{31}{2}$

따라서 $m=10$, $n=25$, $l=5$, $k=\frac{31}{2}$이므로

$m-n+l+k=\frac{11}{2}$

답 $\frac{11}{2}$

1203 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.

풀이 $y=-2x^2+12x-7=-2(x-3)^2+11$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 11)$, 축의 방정식은 $x=3$이다.

따라서 $p=3$, $q=11$, $r=3$이므로

$p+q+r=17$

답 ④

1204 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프의 축의 방정식을 구한다.

풀이 ① $y=-2x^2+4x+4=-2(x-1)^2+6$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=1$

② $y=-x^2-2x+1=-(x+1)^2+2$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$

③ $y=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$

④ $y=2x^2-4x-2=2(x-1)^2-4$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=1$

⑤ $y=\frac{1}{4}x^2+x-1=\frac{1}{4}(x+2)^2-2$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$

답 ②

1205 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $y=x^2+10x+k=(x+5)^2+k-25$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-5,\ k-25)$

꼭짓점이 직선 $x-3y-4=0$ 위에 있으므로

$-5-3(k-25)-4=0,\quad -3k+66=0$

$\therefore k=22$

답 ②

1206 전략 $y=0$일 때의 x의 값, $x=0$일 때의 y의 값을 구한다.

풀이 $y=-2x^2+4x+1$에 $y=0$을 대입하면

$-2x^2+4x+1=0,\quad 2x^2-4x-1=0$

$\therefore x=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

$y=-2x^2+4x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$

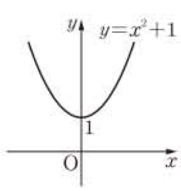
$\therefore p+q+r=\frac{2+\sqrt{6}}{2}+\frac{2-\sqrt{6}}{2}+1=3$

답 3

1207 전략 이차함수의 그래프를 그려 본다.

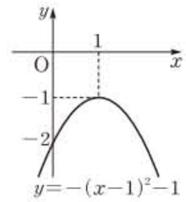
풀이 ① $y=x^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제3사분면, 제4사분면을 지나지 않는다.



② $y=-(x-1)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

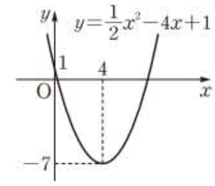
따라서 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.



③ $y=\frac{1}{2}x^2-4x+1=\frac{1}{2}(x-4)^2-7$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

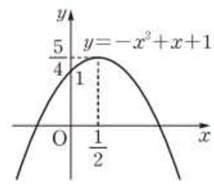
따라서 제3사분면을 지나지 않는다.



④ $y=-x^2+x+1=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

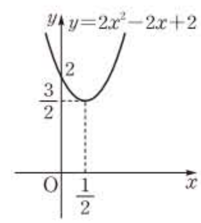
따라서 모든 사분면을 지난다.



⑤ $y=2x^2-2x+2=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제3사분면, 제4사분면을 지나지 않는다.



답 ④

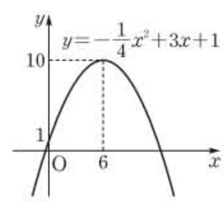
1208 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프를 그려 본다.

풀이 $y=-\frac{1}{4}x^2+3x+1$

$=-\frac{1}{4}(x-6)^2+10$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x>6$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소한다.

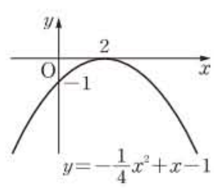


답 ⑤

1209 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프를 그려 본다.

풀이 $y=-\frac{1}{4}x^2+x-1=-\frac{1}{4}(x-2)^2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 축의 방정식은 $x=2$이다.

③ $x<2$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

④ x축과 한 점에서 만난다.

⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

답 ②

1210 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 $y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$$y=2(x-1-1)^2-1+2=2(x-2)^2+1$$

$x=0$을 대입하면 $y=8+1=9$ **답** 9

1211 **전략** 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 y좌표가 0임을 이용한다.

풀이 $y=\frac{1}{3}x^2-4x-6=\frac{1}{3}(x-6)^2-18$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$$y=\frac{1}{3}(x-6)^2-18+k$$

따라서 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(6, -18+k)$이고 꼭짓점이 x축 위에 있으므로

$-18+k=0$ $\therefore k=18$ **답** 18

1212 **전략** 평행이동한 그래프의 식을 구하고 이차함수의 그래프의 성질을 이용한다.

풀이 $y=x^2-4x-2=(x-2)^2-6$

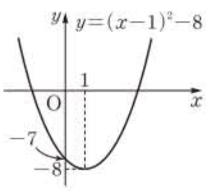
이므로 평행이동한 그래프의 식은

$$y=(x+1-2)^2-6-2$$
$$=(x-1)^2-8 \quad \cdots\cdots ㉠$$

(ㄴ) ㉠에 $x=0$을 대입하면 $y=-7$

따라서 y축과의 교점의 좌표는 $(0, -7)$

(ㄷ), (ㄹ) ㉠의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지나고, x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.



이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. **답** ②

1213 **전략** 두 점 C, D의 좌표를 구한다.

풀이 $y=-x^2-2x+2=-(x+1)^2+3$

이므로 $C(-1, 3)$

$y=-x^2-2x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$

$\therefore D(0, 2)$

$$\therefore \triangle ABC : \triangle ABD=\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times3\right):\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times2\right)$$
$$=3:2$$

답 ①

라쎈 특강

$\triangle$ABC와 $\triangle$ABD는 밑변 AB가 공통이므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같아.

따라서 두 점 A, B의 좌표를 구하지 않고 두 점 C, D의 y좌표만 구해서 두 삼각형의 넓이의 비를 알 수 있어.

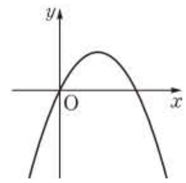
1214 **전략** 주어진 일차함수의 그래프를 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

풀이 주어진 일차함수의 그래프에서

$a<0$, $b>0$

$y=ax^2+bx$에서 $a<0$이므로 그래프는 위로 볼록하고, $ab<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있다.

또 원점을 지나므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $y=ax^2+bx$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

답 ②

1215 **전략** 세 점의 좌표를 이차함수의 식에 대입한다.

풀이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로 $c=1$

즉 $y=ax^2+bx+1$의 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나므로

$1=4a-2b+1$ $\therefore 2a-b=0$ $\cdots\cdots ㉠$

또 점 $(3, -29)$를 지나므로

$-29=9a+3b+1$ $\therefore 3a+b=-10$ $\cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-4$

$\therefore a-b-c=1$ **답** 1

1216 **전략** 주어진 일차함수의 그래프에서 a, b의 값을 구한다.

풀이 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(3, 0)$, $(0, -6)$을 지나므로

$a=\frac{-6-0}{0-3}=2$, $b=-6$ ··· ❶

$\therefore y=x^2+2x-6=(x+1)^2-7$ ··· ❷

따라서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -7)$ ··· ❸

답 $(-1, -7)$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 이차함수의 식을 $y=(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	30 %
❸ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30 %

라쎈 보충

일차함수 $y=ax+b$에서

① $a=(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

② $b=(y\text{절편})$

1217 **전략** 꼭짓점의 좌표가 (p, q)인 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고, 이 그래프를 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$인 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+4$로 놓으면 그래프가 점 $(3, 20)$을 지나므로

$20=16a+4$, $16a=16$

$\therefore a=1$ ··· ❶

따라서 $y=(x+1)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=(x-3+1)^2+4-2=(x-2)^2+2$$
$$=x^2-4x+6$$

즉 $b=-4$, $c=6$이므로 ··· ❷

$a+b+c=3$ ··· ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b, c의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1218 전략 $y=(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 꼭짓점의 x좌표, y좌표의 부호를 구한다.

풀이 $y=x^2+ax+b=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+b-\frac{a^2}{4}$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(-\frac{a}{2},\ b-\frac{a^2}{4}\right)$ ··· ❶

이때 $a>0$, $b<0$이므로

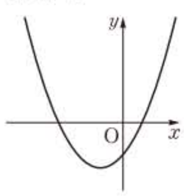
$-\frac{a}{2}<0$, $b-\frac{a^2}{4}<0$ ··· ❷

따라서 그래프의 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다. ··· ❸

답 제3사분면

채점 기준	비율
❶ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ 꼭짓점의 x좌표와 y좌표의 부호를 알 수 있다.	40 %
❸ 꼭짓점이 위치한 사분면을 구할 수 있다.	20 %

다른풀이 $y=x^2+ax+b$에서 이차항의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하고, $1\times a>0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 있다.
또 $b<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있다.
따라서 $y=x^2+ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프의 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.



1219 전략 그래프가 x축과 두 점 $(m, 0)$, $(n, 0)$에서 만나는 이차함수의 식을 $y=a(x-m)(x-n)$으로 놓는다.

풀이 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-3)$으로 놓을 수 있다. ··· ❶

이 그래프가 점 $(0, 12)$를 지나므로

$12=-3a \qquad \therefore a=-4$

$\therefore y=-4(x+1)(x-3)$ ··· ❷
$=-4x^2+8x+12$
$=-4(x-1)^2+16$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 y좌표는 16이다. ··· ❸

답 16

채점 기준	비율
❶ x절편을 이용하여 이차함수의 식을 세울 수 있다.	30 %
❷ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	30 %
❸ 꼭짓점의 y좌표를 구할 수 있다.	40 %

1220 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 $y=-x^2+10x-12+k$
$=-(x-5)^2+13+k$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-5)^2+13+k-4$
$=-(x-5)^2+9+k$

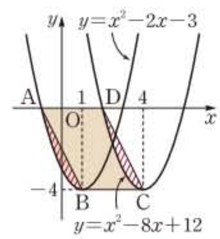
따라서 이 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(5, 9+k)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면

$9+k<0 \qquad \therefore k<-9$

답 $k<-9$

1221 전략 두 그래프의 모양이 같음을 이용한다.

풀이 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$,
$y=x^2-8x+12=(x-4)^2-4$에서
$y=x^2-8x+12$의 그래프는
$y=x^2-2x-3$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



따라서 빗금 친 두 부분의 넓이가 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 ABCD의 넓이와 같다.
이때 $\overline{AD}=\overline{BC}=3$이므로 구하는 넓이는

□ABCD $=3\times4=12$

답 12

1222 전략 $x=1$, $x=-1$일 때의 함숫값의 부호를 이용한다.

풀이 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$
이때 $a<0$이므로 $b<0$
y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $a<0$, $b<0$이므로 $a+b<0$

② $b<0$, $c>0$이므로 $bc<0$

③ $a<0$, $c>0$이므로 $\frac{a}{c}<0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c$
주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 음수이므로
$a+b+c<0$

⑤ $x=-1$일 때, $y=a-b+c$
주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 양수이므로
$a-b+c>0$

답 ⑤

대단원 모의고사

Ⅰ. 제곱근과 실수

01 ⑤	02 ③	03 ③	04 ③	05 ④
06 ①	07 ④	08 ④	09 ③	10 ④
11 ③	12 ②	13 ①	14 ①	15 ⑤
16 ④	17 ③	18 ④	19 20	20 15
21 33	22 5	23 3	24 $\frac{14\sqrt{10}}{5}$ m/s	
25 $32\sqrt{3}\pi$ cm³				

01 전략 제곱근의 뜻을 이용한다.

풀이 $x^2=15$, $y^2=10$이므로

$x^2-y^2=5$

답 ⑤

02 전략 제곱해서 음수가 되는 수는 없다.

풀이 ③ 음수의 제곱근은 없다.

답 ③

03 전략 제곱근의 성질을 이용한다.

풀이 (ㄴ) $(-\sqrt{13})^2=13$

(ㄷ) $-\sqrt{0.2^2}=-0.2$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ③

04 전략 먼저 제곱하는 식의 부호를 조사한다.

풀이 $-3<a<1$이므로

$a+3>0$, $a-1<0$

$\therefore \sqrt{(a+3)^2}+\sqrt{(a-1)^2}=a+3-(a-1)=4$

답 ③

05 전략 근호 안의 수가 0 또는 자연수의 제곱이 되도록 하는 x의 값을 구한다.

풀이 $\sqrt{24-x}$가 정수가 되려면 $24-x$가 0 또는 24보다 작고 (자연수)^2 꼴이어야 하므로

$24-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$

$\therefore x=24,\ 23,\ 20,\ 15,\ 8$

따라서 자연수 x의 개수는 5이다.

답 ④

06 전략 양수 a, b, c에 대하여 $a<\sqrt{b}<c$이면 $a^2<b<c^2$임을 이용한다.

풀이 $2<\sqrt{2x}\le 5$에서 $\quad 4<2x\le 25$

$\therefore 2<x\le\frac{25}{2}$

따라서 구하는 자연수 x는 3, 4, 5, ⋯, 12의 10개이다.

답 ①

07 전략 무리수의 뜻을 이용한다.

풀이 ① $\sqrt{9}=3$이므로 $\sqrt{9}$는 유리수이다.

② $\sqrt{5}$는 무리수이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.

③ 유리수 0과 무리수의 곱은 0이므로 유리수가 된다.

⑤ 넓이가 4인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.

답 ④

08 전략 양수 a, b에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용한다.

풀이 $\sqrt{7}\times\sqrt{14}\times\sqrt{24}=\sqrt{7}\times\sqrt{2\times7}\times\sqrt{2^3\times3}$

$=\sqrt{2^4\times3\times7^2}$

$=28\sqrt{3}$

$\therefore a=28$

답 ④

09 전략 근호 안의 소수를 분수로 나타낸다.

풀이 $\sqrt{3.36}=\sqrt{\frac{336}{100}}=\sqrt{\frac{4^2\times3\times7}{10^2}}$

$=\frac{4\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{10}=\frac{2}{5}ab$

답 ③

10 전략 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm로 놓고 $\overline{EG}$의 길이를 a를 이용하여 나타낸다.

풀이 $\overline{AE}=a$ cm라 하면

$\overline{EG}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$ (cm)

이므로

$\triangle AEG=\frac{1}{2}\times a\times a\sqrt{2}=9\sqrt{2}$

$a^2=18 \qquad \therefore a=3\sqrt{2}\ (\because a>0)$

따라서 $\overline{AE}=3\sqrt{2}$ cm, $\overline{EG}=\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$ (cm)이므로

$\overline{AG}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+6^2}=3\sqrt{6}$ (cm)

답 ④

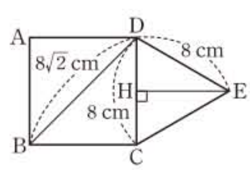
11 전략 먼저 대각선의 길이를 이용하여 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{CD}=a$ cm라 하면

$\sqrt{a^2+a^2}=8\sqrt{2}, \qquad a\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

$\therefore a=8$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{DC}$

$=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)

이므로

$\overline{EH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)

답 ③

12 전략 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구한다.

풀이 $\overline{BC}=\sqrt{16}=4\,(cm)$, $\overline{AC}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(cm)$이므로

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}$$
$$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(cm^2)$$

답 ②

13 전략 $m>0$, $n>0$일 때 $\sqrt{m^2n}=m\sqrt{n}$임을 이용하여 식을 정리한 후 분모를 유리화한다.

풀이 $$\frac{\sqrt{180}-12}{\sqrt{18}}=\frac{6\sqrt{5}-12}{3\sqrt{2}}=\frac{(6\sqrt{5}-12)\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$=\frac{6\sqrt{10}-12\sqrt{2}}{6}$$
$$=\sqrt{10}-2\sqrt{2}$$

따라서 $a=-2$, $b=1$이므로

$a-b=-3$

답 ①

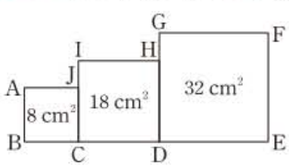
14 전략 근호를 포함한 식의 사칙계산을 한다.

풀이 $$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}-3\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})+\sqrt{12}$$
$$=\frac{2\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-3\sqrt{2}\times\sqrt{6}+3\sqrt{2}\times\sqrt{2}+2\sqrt{3}$$
$$=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}+6+2\sqrt{3}$$
$$=6-2\sqrt{3}$$

답 ①

15 전략 세 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구한다.

풀이



위의 그림에서 정사각형 ABCJ의 한 변의 길이는

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ (cm)

정사각형 ICDH의 한 변의 길이는

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm)

정사각형 GDEF의 한 변의 길이는

$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ (cm)

따라서

$\overline{IJ}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (cm),

$\overline{GH}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (cm)

이므로 구하는 도형의 둘레의 길이는

$2\sqrt{2}\times3+3\sqrt{2}\times2+4\sqrt{2}\times3+\sqrt{2}\times2=26\sqrt{2}$ (cm)

답 ⑤

다른풀이 위의 그림에서

$\overline{AJ}+\overline{IH}+\overline{GF}=\overline{BE}$, $\overline{AB}+\overline{IJ}+\overline{GH}=\overline{EF}$

이므로 구하는 둘레의 길이는

$$\overline{BE}+\overline{EF}+(\overline{AB}+\overline{IJ}+\overline{GH})+(\overline{AJ}+\overline{IH}+\overline{GF})$$
$$=\overline{BE}+\overline{EF}+\overline{EF}+\overline{BE}$$
$$=2(\overline{BE}+\overline{EF})$$
$$=2(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+4\sqrt{2}+4\sqrt{2})$$
$$=26\sqrt{2}\,(cm)$$

16 전략 피타고라스 정리를 이용하여 직각삼각형의 빗변의 길이를 구한다.

풀이 직각삼각형 ABC에서

$\overline{PC}=\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

이므로 $a=-1-\sqrt{5}$

직각삼각형 CDE에서

$\overline{QD}=\overline{ED}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

이므로 $b=\sqrt{5}$

$$\therefore b-a=\sqrt{5}-(-1-\sqrt{5})$$
$$=2\sqrt{5}+1$$

답 ④

17 전략 $A-B$의 부호를 이용하여 실수 A, B의 대소를 비교한다.

풀이 (ㄱ) $(2\sqrt{2}+1)-(3\sqrt{2}-2)=2\sqrt{2}+1-3\sqrt{2}+2$
$=3-\sqrt{2}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{2}>0$

$\therefore 2\sqrt{2}+1>3\sqrt{2}-2$

(ㄴ) $(\sqrt{45}-3)-(2\sqrt{5}+1)=3\sqrt{5}-3-2\sqrt{5}-1$
$=\sqrt{5}-4$
$=\sqrt{5}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{45}-3<2\sqrt{5}+1$

(ㄷ) $(\sqrt{3}+\sqrt{18})-(\sqrt{75}-\sqrt{2})=\sqrt{3}+3\sqrt{2}-5\sqrt{3}+\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}-4\sqrt{3}$
$=4(\sqrt{2}-\sqrt{3})<0$

$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{18}<\sqrt{75}-\sqrt{2}$

(ㄹ) $(\sqrt{48}+\sqrt{5})-(\sqrt{27}+2\sqrt{5})=4\sqrt{3}+\sqrt{5}-3\sqrt{3}-2\sqrt{5}$
$=\sqrt{3}-\sqrt{5}<0$

$\therefore \sqrt{48}+\sqrt{5}<\sqrt{27}+2\sqrt{5}$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

18 전략 세 실수 a, b, c에 대하여 $a<b$이고 $b<c$이면 $a<b<c$임을 이용한다.

풀이 $P-R=(\sqrt{13}+2)-4=\sqrt{13}-2=\sqrt{13}-\sqrt{4}>0$이므로

$P>R$

$Q-R=(\sqrt{17}-1)-4=\sqrt{17}-5=\sqrt{17}-\sqrt{25}<0$이므로

$Q<R$

$\therefore Q<R<P$

답 ④

19 전략 제곱근의 뜻을 이용한다.

풀이 x는 225의 제곱근이므로

$x=\pm\sqrt{225}=\pm15$

y는 $\sqrt{625}=25$의 제곱근이므로

$y=\pm\sqrt{25}=\pm5$

$x=15$, $y=-5$일 때, $x-y$의 값이 가장 크다.

따라서 구하는 값은

$15-(-5)=20$

답 20

20 전략 540을 소인수분해하여 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 a의 값을 정한다.

풀이 $540=2^2\times3^3\times5$ ··· ❶

$\sqrt{\frac{540}{a}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{a}}$가 자연수가 되려면 a는 540의 약수이면서 $3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a는

$a=3\times5=15$ ··· ❷

답 15

채점 기준	배점
❶ 540을 소인수분해할 수 있다.	1점
❷ 가장 작은 자연수 a의 값을 구할 수 있다.	3점

21 전략 $400-a$가 가장 크고 $30+b$가 가장 작을 때 주어진 수가 가장 큰 수가 됨을 이용한다.

풀이 $\sqrt{400-a}-\sqrt{30+b}$가 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{400-a}$는 가장 큰 정수이어야 하고, $\sqrt{30+b}$는 가장 작은 정수이어야 한다.

$\sqrt{400-a}$가 가장 큰 정수가 되려면 $400-a$는 400보다 작고 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수 중에서 가장 큰 수이어야 하므로

$400-a=361 \qquad \therefore a=39$

$\sqrt{30+b}$가 가장 작은 정수가 되려면 $30+b$가 30보다 크고 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수 중에서 가장 작은 수이어야 하므로

$30+b=36 \qquad \therefore b=6$

$\therefore a-b=33$

답 33

22 전략 제곱인 자연수와 제곱근의 대소 관계를 이용한다.

풀이 $\sqrt{144}<\sqrt{151}<\sqrt{169}$, 즉 $12<\sqrt{151}<13$이고, $f(151)$은 $\sqrt{151}$보다 작은 자연수 중 가장 큰 수이므로

$f(151)=12$ ··· ❶

$\sqrt{49}<\sqrt{60}<\sqrt{64}$, 즉 $7<\sqrt{60}<8$이고, $f(60)$은 $\sqrt{60}$보다 작은 자연수 중 가장 큰 수이므로

$f(60)=7$ ··· ❷

$\therefore f(151)-f(60)=12-7=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	배점
❶ $f(151)$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $f(60)$의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $f(151)-f(60)$의 값을 구할 수 있다.	1점

23 전략 각 수의 값의 범위를 생각한다.

풀이 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$이므로 $\quad 3<\sqrt{10}<4$

$\therefore 4<\sqrt{10}+1<5$

$\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$이므로 $\quad 3<\sqrt{15}<4$

$\sqrt{25}<\sqrt{\frac{63}{2}}<\sqrt{36}$이므로 $\quad 5<\sqrt{\frac{63}{2}}<6$

$\sqrt{25}<\sqrt{26}<\sqrt{36}$이므로 $\quad 5<\sqrt{26}<6$

$\therefore 3<\sqrt{26}-2<4$

$\sqrt{16}<\sqrt{\frac{50}{3}}<\sqrt{25}$이므로 $\quad 4<\sqrt{\frac{50}{3}}<5$

$\sqrt{25}<\sqrt{32}<\sqrt{36}$이므로 $\quad 5<\sqrt{32}<6$

$\therefore 4<\sqrt{32}-1<5$

따라서 4와 5 사이에 있는 수는

$\sqrt{10}+1,\ \sqrt{\frac{50}{3}},\ \sqrt{32}-1$

의 3개이다.

답 3

24 전략 $x=5.7$을 대입하여 계산한다.

풀이 구하는 속력은

$$\begin{aligned}\sqrt{2\times9.8\times(5.7-1.7)}&=\sqrt{2\times9.8\times4}=\sqrt{78.4}\\&=\sqrt{\frac{2^4\times7^2}{10}}\\&=\frac{28}{\sqrt{10}}\\&=\frac{28\sqrt{10}}{10}\\&=\frac{14\sqrt{10}}{5}\ (\text{m/s})\end{aligned}$$

답 $\frac{14\sqrt{10}}{5}$ m/s

25 전략 밑면의 반지름의 길이를 구한다.

풀이 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=4\sqrt{2}\pi \qquad \therefore r=2\sqrt{2}$ ··· ❶

따라서 원기둥의 부피는

$\pi\times(2\sqrt{2})^2\times4\sqrt{3}=8\pi\times4\sqrt{3}$

$=32\sqrt{3}\pi\ (\text{cm}^3)$ ··· ❷

답 $32\sqrt{3}\pi$ cm^3

채점 기준	배점
❶ 밑면의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ 원기둥의 부피를 구할 수 있다.	2점

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

01 ④	02 ③	03 ③	04 ③	05 ③
06 ①	07 ④	08 ③	09 ⑤	10 ②
11 ③	12 ②	13 ②	14 ①	15 ⑤
16 ①	17 ③	18 ④	19 23	20 $2\sqrt{5}$
21 $(10\sqrt{6}-20)$ cm	22 42400	23 16	24 $5x-9$	
25 81				

01 전략 xy항과 x항이 나오는 부분만 전개한다.

풀이 xy항은 $\quad x\times(-y)+Ay\times 2x=(2A-1)xy$

x항은 $\quad x\times 2=2x$

따라서 $2A-1=2+3$이므로

$2A=6 \qquad \therefore A=3$ 답 ④

02 전략 곱셈 공식을 이용하여 각 다항식을 전개한다.

풀이 (ㄱ) $(x-8y)^2=x^2-16xy+64y^2$

(ㄴ) $(-8x+y)^2=64x^2-16xy+y^2$

(ㄷ) $(5x-y)(-x+3y)=-5x^2+16xy-3y^2$

(ㄹ) $(x+9y)(x+7y)=x^2+16xy+63y^2$

(ㅁ) $(x+4y)(x-4y)=x^2-16y^2$

이상에서 xy의 계수가 16인 식은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ③

03 전략 공통부분을 치환하여 전개한다.

풀이 $x+1=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A+3y)(A-3y)=A^2-9y^2\\&=(x+1)^2-9y^2\\&=x^2-9y^2+2x+1\end{aligned}$$ 답 ③

04 전략 $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5)$를 공통부분이 생기도록 변형하여 전개한다.

풀이 $x^2-2x-4=0$이므로 $\quad x^2-2x=4$

$$\begin{aligned}\therefore\ &(x+2)(x+3)(x-4)(x-5)-34\\&=\{(x+2)(x-4)\}\{(x+3)(x-5)\}-34\\&=(x^2-2x-8)(x^2-2x-15)-34\\&=(4-8)\times(4-15)-34\\&=(-4)\times(-11)-34=10\end{aligned}$$ 답 ③

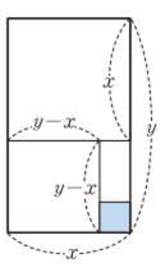
05 전략 색칠한 정사각형의 한 변의 길이를 x, y에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림에서 색칠한 정사각형의 한 변의 길이는

$x-(y-x)=2x-y$

이므로 구하는 정사각형의 넓이는

$(2x-y)^2=4x^2-4xy+y^2$



답 ③

06 전략 m, n이 유리수이고 $\sqrt{x}$가 무리수일 때, $m+n\sqrt{x}$가 유리수이면 $n=0$임을 이용한다.

풀이 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=25-10\sqrt{6}+6+a\sqrt{6}+2a\\&=(31+2a)+(a-10)\sqrt{6}\end{aligned}$$

유리수가 되려면 $a-10=0$이어야 하므로

$a=10$ 답 ①

07 전략 먼저 x, y의 분모를 유리화한 후 각 식의 값을 구한다.

풀이 $x=\dfrac{3}{4+\sqrt{10}}=\dfrac{3(4-\sqrt{10})}{(4+\sqrt{10})(4-\sqrt{10})}=\dfrac{4-\sqrt{10}}{2}$

$y=\dfrac{3}{4-\sqrt{10}}=\dfrac{3(4+\sqrt{10})}{(4-\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}=\dfrac{4+\sqrt{10}}{2}$

① $x+y=\dfrac{4-\sqrt{10}}{2}+\dfrac{4+\sqrt{10}}{2}=4$

② $x-y=\dfrac{4-\sqrt{10}}{2}-\dfrac{4+\sqrt{10}}{2}=-\sqrt{10}$

③ $xy=\dfrac{4-\sqrt{10}}{2}\times\dfrac{4+\sqrt{10}}{2}=\dfrac{16-10}{4}=\dfrac{3}{2}$

④ $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\times\dfrac{3}{2}=13$

⑤ $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=13\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{26}{3}$ 답 ④

08 전략 근호 안의 식을 인수분해한 후 제곱하는 식의 부호를 조사한다.

풀이 $0<4x<1$이므로 $\quad 0<x<\dfrac{1}{4}$

따라서 $x+\dfrac{1}{4}>0$, $x-\dfrac{1}{4}<0$이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}}+\sqrt{x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}}\\&=\sqrt{\left(x+\frac{1}{4}\right)^2}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2}\\&=x+\frac{1}{4}-\left(x-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\end{aligned}$$ 답 ③

09 전략 주어진 식을 전개하여 완전제곱식이 될 조건을 이용한다.

풀이 $(x+5)(x-3)+k=x^2+2x-15+k$

위의 식이 완전제곱식이 되려면

$-15+k=\left(\dfrac{2}{2}\right)^2=1 \qquad \therefore k=16$ 답 ⑤

10 전략 공통인수로 묶어 내거나 인수분해 공식을 이용하여 인수분해한다.

풀이 ② $x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$ 답 ②

11 전략 두 다항식을 각각 인수분해한다.

풀이 $3x^2+7x-6=(x+3)(3x-2)$

$2x^2+2x-12=2(x^2+x-6)=2(x+3)(x-2)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x+3$이다. 답 ③

12 전략 은혜와 진우가 인수분해한 식을 전개한다.

풀이 은혜는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$$(2x+1)(x-4)=2x^2-7x-4$$

에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 2, 상수항은 -4이다.

진우는 x의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$$(x+1)(11x-4)=11x^2+7x-4$$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 7, 상수항은 -4이다.

따라서 처음 이차식은 $2x^2+7x-4$이므로 바르게 인수분해하면

$$2x^2+7x-4=(x+4)(2x-1)$$

답 ②

13 전략 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 $x^3y-x^2y^2-2xy^3=xy(x^2-xy-2y^2)$

$=xy(x+y)(x-2y)$

따라서 $x^3y-x^2y^2-2xy^3$의 인수는 ㈀, ㈂, ㈃이다. 답 ②

14 전략 완전제곱식으로 나타낼 수 있는 세 항을 찾아 A^2-B^2 꼴로 변형하여 인수분해한다.

풀이 $a^2-b^2-4a+4=(a^2-4a+4)-b^2$

$=(a-2)^2-b^2$

$=\{(a-2)+b\}\{(a-2)-b\}$

$=(a+b-2)(a-b-2)$

따라서 두 일차식은 $a+b-2$, $a-b-2$이므로 두 일차식의 합은

$$(a+b-2)+(a-b-2)=2a-4$$

답 ①

15 전략 $3^{48}-1$을 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$를 이용하여 인수분해한다.

풀이 $3^{48}-1=(3^{24}+1)(3^{24}-1)$

$=(3^{24}+1)(3^{12}+1)(3^{12}-1)$

$=(3^{24}+1)(3^{12}+1)(3^6+1)(3^6-1)$

$=(3^{24}+1)(3^{12}+1)(3^6+1)(3^3+1)(3^3-1)$

이때 $3^{24}+1>30$, $3^{12}+1>30$, $3^6+1>30$이고

$20<3^3+1<30$, $20<3^3-1<30$이므로

$$a+b=(3^3+1)+(3^3-1)=54$$

답 ⑤

16 전략 a, b를 구하고, 주어진 식을 인수분해한 후 a, b를 대입한다.

풀이 정사각형 ABCD의 넓이가 7이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{7}$이다.

따라서 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{7}$, $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{7}$이므로

$a=2+\sqrt{7}$, $b=2-\sqrt{7}$

$\therefore a^3b-ab^3=ab(a^2-b^2)$

$=ab(a+b)(a-b)$

$=(2+\sqrt{7})\times(2-\sqrt{7})\times4\times2\sqrt{7}$

$=(-3)\times4\times2\sqrt{7}=-24\sqrt{7}$

답 ①

17 전략 직사각형의 넓이의 합을 인수분해한다.

풀이 주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$$x^2+6x+9=(x+3)^2$$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x+3$이다. 답 ③

18 전략 부피를 인수분해한다.

풀이 $8x^2+8x-6=2(4x^2+4x-3)$

$=2(2x+3)(2x-1)$

$=\dfrac{1}{2}\times(2x+3)(2x-1)\times4$

따라서 밑면인 삼각형의 넓이는 $\left\{\dfrac{1}{2}(2x+3)(2x-1)\right\}\text{cm}^2$이고 삼각형의 밑변의 길이가 높이보다 4 cm만큼 길므로 구하는 밑변의 길이는 $(2x+3)$ cm이다. 답 ④

19 전략 좌변을 전개한 후 동류항끼리 모아서 계산한다.

풀이 $(8x+1)(x-4)-2(3x-5)(2x-3)$

$=8x^2-31x-4-2(6x^2-19x+15)$

$=-4x^2+7x-34$

이므로

$a=-4$, $b=7$, $c=-34$

$\therefore a-b-c=-4-7-(-34)$

$=23$

답 23

20 전략 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2$임을 이용하여 $x+\dfrac{1}{x}$의 값을 구한다.

풀이 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2$

$=18+2=20$ ··· ❶

그런데 $x>0$이므로 $\quad x+\dfrac{1}{x}>0$

$\therefore x+\dfrac{1}{x}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ ··· ❷

답 $2\sqrt{5}$

채점 기준	배점
❶ $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $x+\dfrac{1}{x}$의 값을 구할 수 있다.	2점

21 전략 두 정사각형은 항상 닮음임을 이용한다.

풀이 두 정사각형은 닮음이고 넓이의 비가 2 : 3이므로 닮음비는 $\sqrt{2}:\sqrt{3}$이다.

두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 $\sqrt{2}x$ cm, $\sqrt{3}x$ cm라 하면 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 40 cm이므로

$4\times\sqrt{2}x+4\times\sqrt{3}x=40, \qquad (\sqrt{3}+\sqrt{2})x=10$

$\therefore x=\dfrac{10}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{10(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=10\sqrt{3}-10\sqrt{2}$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{2}(10\sqrt{3}-10\sqrt{2})=10\sqrt{6}-20\,(\mathrm{cm})$

답 $(10\sqrt{6}-20)$ cm

라쎈 보충

닮은 두 평면도형의 넓이의 비가 $m^2 : n^2$이면 닮음비는 $m : n$이다.

22 전략 곱셈 공식을 이용한다.

풀이 $P=57\times63=(60-3)(60+3)$

$=60^2-3^2=3600-9$

$=3591$ ⋯ ❶

$Q=197^2=(200-3)^2$

$=200^2-2\times200\times3+3^2$

$=40000-1200+9$

$=38809$ ⋯ ❷

$\therefore P+Q=42400$ ⋯ ❸

답 42400

채점 기준	배점
❶ P의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ Q의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $P+Q$의 값을 구할 수 있다.	1점

23 전략 전개와 인수분해의 관계를 이용한다.

풀이 $ax^2-12x+b=(2x-c)^2$에서

$a=2^2=4$

$-12=-2\times2\times c$이므로 $c=3$

$b=c^2=9$

$\therefore a+b+c=16$

답 16

24 전략 넓이의 식을 인수분해한다.

풀이 $3x^2-13x+4=(3x-1)(x-4)$ ⋯ ❶

이므로 텃밭의 세로의 길이는 $x-4$ ⋯ ❷

따라서 울타리의 길이는

$2(x-4)+(3x-1)=2x-8+3x-1$

$=5x-9$ ⋯ ❸

답 $5x-9$

채점 기준	배점
❶ 넓이의 식을 인수분해할 수 있다.	2점
❷ 세로의 길이를 구할 수 있다.	1점
❸ 울타리의 길이를 구할 수 있다.	2점

25 전략 완전제곱식으로 인수분해한 후 x, y의 값을 대입한다.

풀이 $4x^2-4xy+y^2=(2x-y)^2$

$=\{2(\sqrt{3}-5)-(2\sqrt{3}-1)\}^2$

$=(2\sqrt{3}-10-2\sqrt{3}+1)^2$

$=(-9)^2=81$

답 81

Ⅲ. 이차방정식

01 ④	02 ④	03 ④	04 ②	05 ③
06 ⑤	07 ②	08 ②	09 ④	10 ⑤
11 ④	12 ③	13 ⑤	14 ③	15 ⑤
16 ②	17 ③, ⑤	18 ④	19 7	20 $\frac{5}{2}$
21 3	22 6	23 $x=-1$		
24 $x=-2\pm\sqrt{10}$		25 8, 9, 10		

01 전략 모든 항을 좌변으로 이항하여 (x에 대한 이차식)$=0$ 꼴인 것을 찾는다.

풀이 (ㄷ) $4=x(1-x)$에서

$4=x-x^2$ $\quad\therefore x^2-x+4=0$

(ㄹ) $(2-x)(1+x)=5-x^2$에서

$2+x-x^2=5-x^2$ $\quad\therefore x-3=0$

(ㅁ) $(x-1)^2=(2x+1)^2$에서

$x^2-2x+1=4x^2+4x+1$ $\quad\therefore 3x^2+6x=0$

이상에서 x에 대한 이차방정식은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 ④

02 전략 x^2의 계수가 0이 아니어야 함을 이용한다.

풀이 $ax^2+x(x-3)=(2x+1)(x-1)$에서

$ax^2+x^2-3x=2x^2-x-1$

$\therefore (a-1)x^2-2x+1=0$

이 방정식이 이차방정식이 되려면

$a-1\neq0$ $\quad\therefore a\neq1$ 답 ④

03 전략 x 대신 [ ] 안의 수를 대입하여 등식이 성립하는지 확인한다.

풀이 ④ $x=-3$을 $x^2-5x+6=0$에 대입하면

$(-3)^2-5\times(-3)+6=30\neq0$

따라서 $x=-3$은 이차방정식 $x^2-5x+6=0$의 해가 아니다.

답 ④

04 전략 주어진 이차방정식에 $x=3$을 대입한다.

풀이 $x=3$을 $(a-1)x^2+7x-3a^2=0$에 대입하면

$(a-1)\times3^2+7\times3-3a^2=0$

$a^2-3a-4=0$, $\quad(a+1)(a-4)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=4$

따라서 a의 값의 합은 $-1+4=3$ 답 ②

05 전략 주어진 이차방정식에 $x=a$를 대입한 후 등식을 변형한다.

풀이 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 한 근이 a이므로

$a^2-4a+1=0$

이때 $a\neq0$이므로 위의 식의 양변을 a로 나누면

$a-4+\frac{1}{a}=0$ $\quad\therefore a+\frac{1}{a}=4$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=4^2-2=14$ 답 ③

06 전략 이차방정식의 좌변을 인수분해하여 a의 값을 구한다.

풀이 $x^2-3x-4=0$에서

$(x+1)(x-4)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 $a=-1$이므로

$3a^2-2a+5=3\times(-1)^2-2\times(-1)+5=10$ 답 ⑤

07 전략 인수분해 공식을 이용하여 각 이차방정식의 해를 구한다.

풀이 ① $(2x+1)(x-3)=0$에서

$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

② $x^2+x-6=0$에서 $(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

③ $x(4x-13)+3=0$에서 $4x^2-13x+3=0$

$(4x-1)(x-3)=0$ $\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=3$

④ $3x^2-11x+6=0$에서 $(3x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$

⑤ $2x^2-7x+3=0$에서 $(2x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

이상에서 ①, ③, ④, ⑤는 $x=3$을 공통인 근으로 가지므로 공통인 근을 갖지 않는 것은 ②이다. 답 ②

08 전략 (완전제곱식)$=0$ 꼴인 것을 찾는다.

풀이 (ㄱ) $9x^2=6x-1$에서

$9x^2-6x+1=0$, $(3x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$

(ㄴ) $x^2-3x=0$에서

$x(x-3)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=3$

(ㄷ) $x^2=6x+16$에서

$x^2-6x-16=0$, $(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

(ㄹ) $x^2-8x+1=2(x-12)$에서

$x^2-8x+1=2x-24$, $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0$ $\therefore x=5$

이상에서 중근을 갖는 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ②

09 전략 중근을 가질 조건을 이용한다.

풀이 $k+4=\left(\frac{-5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$이므로 $k=\frac{9}{4}$ 답 ④

다른풀이 $x^2-5x+k+4=0$이 중근을 가지므로

$(-5)^2-4\times1\times(k+4)=0$, $9-4k=0$

$\therefore k=\frac{9}{4}$

10 전략 제곱근을 이용하여 이차방정식의 해를 구한다.

풀이 $(x-5)^2=3$에서 $x-5=\pm\sqrt{3}$ $\therefore x=5\pm\sqrt{3}$

따라서 $p=5$, $q=3$이므로 $p-q=2$ 답 ⑤

11 전략 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 해를 구한다.

풀이 $x^2-3x+1=0$에서 $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $\beta=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \alpha-\beta=\frac{3+\sqrt{5}}{2}-\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$ 답 ④

12 전략 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 만든다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$4x^2-8=2(x+1)(x-3)$

$x^2+2x-1=0$ $\therefore x=-1\pm\sqrt{2}$

따라서 두 근의 곱은

$(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=(-1)^2-(\sqrt{2})^2=-1$ 답 ③

13 전략 공통부분을 한 문자로 놓는다.

풀이 $x-\frac{1}{2}=X$로 놓으면

$3X^2+2X=1$, $3X^2+2X-1=0$

$(X+1)(3X-1)=0$ $\therefore X=-1$ 또는 $X=\frac{1}{3}$

즉 $x-\frac{1}{2}=-1$ 또는 $x-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$이므로

$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{6}$

$p>q$이므로 $p=\frac{5}{6}$, $q=-\frac{1}{2}$

$\therefore 3p+q=3\times\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{2}\right)=2$ 답 ⑤

14 전략 근의 개수를 판별하는 식의 값이 음수인 이차방정식을 찾는다.

풀이 ③ $x^2-5x+7=0$에서 $(-5)^2-4\times1\times7=-3<0$

따라서 근을 갖지 않는다. 답 ③

15 전략 근의 개수를 판별하는 식의 값이 양수가 되도록 하는 m의 값의 범위를 구한다.

풀이 $(-4)^2-4\times2\times m>0$이므로 $16-8m>0$

$\therefore m<2$

따라서 m의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

16 전략 근의 개수를 판별하는 식을 이용하여 k의 값을 구한다.

풀이 $(-2)^2-4\times3\times k=0$이므로 $k=\frac{1}{3}$

따라서 $3k=1$, $\frac{1}{k}=3$이므로 1, 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x-3)=0$ $\therefore x^2-4x+3=0$ 답 ②

17 전략 A에 대한 이차방정식을 세운다.

풀이 $(2A)^2=(A+2)^2$이므로

$4A^2=A^2+4A+4,\quad 3A^2-4A-4=0$

$(3A+2)(A-2)=0\quad \therefore A=-\frac{2}{3}$ 또는 $A=2$

답 ③, ⑤

18 전략 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 $\overline{BP}=x$ cm라 하면 $\quad\overline{AP}=6-x$ (cm)

$\frac{1}{2}(6-x)^2=x^2+4$이므로

$x^2+12x-28=0,\quad (x+14)(x-2)=0$

$\therefore x=2\ (\because 0<x<6)$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 2 cm이다.

답 ④

19 전략 주어진 근을 이차방정식에 대입하여 a, b의 값을 구한다.

풀이 $x=2$를 $x^2-5ax+6=0$에 대입하면

$2^2-5a\times2+6=0,\quad 10a=10$

$\therefore a=1$

$x=-3$을 $x^2+(2b+1)x+5b=0$에 대입하면

$(-3)^2-3(2b+1)+5b=0\quad \therefore b=6$

$\therefore a+b=7$

답 7

20 전략 먼저 인수분해 공식을 이용하여 $2x^2-7x-15=0$의 두 근을 구한다.

풀이 $2x^2-7x-15=0$에서

$(2x+3)(x-5)=0\quad \therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=5$

따라서 $x^2-(2a+1)x+5=0$의 한 근이 5이므로

$5^2-5(2a+1)+5=0,\quad 10a=25$

$\therefore a=\frac{5}{2}$

답 $\frac{5}{2}$

21 전략 제곱근을 이용하여 근을 k에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $(x-1)^2=7k$에서 $\quad x-1=\pm\sqrt{7k}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{7k}$ ···➊

이때 $x=1\pm\sqrt{7k}$가 서로 다른 두 정수이려면 $k=7\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로

$k=7\times1^2,\ 7\times2^2,\ 7\times3^2,\ 7\times4^2,\ \cdots$ ···➋

따라서 100보다 작은 자연수 k는 7, 28, 63의 3개이다. ···➌

답 3

채점 기준	배점
➊ 주어진 방정식의 근을 k에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	1점
➋ 조건을 만족시키는 k의 값을 구할 수 있다.	3점
➌ 100보다 작은 자연수 k의 개수를 구할 수 있다.	1점

22 전략 곱셈 공식을 이용하여 좌변을 정리한다.

풀이 $(2x+1)^2-3(x-3)(x+2)-10=0$에서

$4x^2+4x+1-3(x^2-x-6)-10=0$

$x^2+7x+9=0\quad \therefore x=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{2}$

따라서 $a=-7$, $b=13$이므로

$a+b=6$

답 6

23 전략 근의 개수를 판별하는 식을 이용하여 k의 값을 구한다.

풀이 $kx^2-12x+4=0$이 중근을 가지므로

$(-12)^2-4\times k\times4=0$

$144-16k=0\quad \therefore k=9$ ···➊

$x^2-7x-8=0$에서

$(x+1)(x-8)=0\quad \therefore x=-1$ 또는 $x=8$ ···➋

$x^2-3x-4=0$에서

$(x+1)(x-4)=0\quad \therefore x=-1$ 또는 $x=4$ ···➌

따라서 주어진 두 이차방정식의 공통인 근은

$x=-1$ ···➍

답 $x=-1$

채점 기준	배점
➊ k의 값을 구할 수 있다.	2점
➋ $x^2-(k-2)x-8=0$의 근을 구할 수 있다.	1점
➌ $x^2+(6-k)x+5-k=0$의 근을 구할 수 있다.	1점
➍ 두 이차방정식의 공통인 근을 구할 수 있다.	1점

24 전략 잘못 본 이차방정식을 각각 구하여 x의 계수와 상수항을 구한다.

풀이 정미가 잘못 본 이차방정식은

$(x+2)(x-3)=0\quad \therefore x^2-x-6=0$

즉 처음 이차방정식의 상수항은 -6이다.

수일이가 잘못 본 이차방정식은

$(x+5)(x-1)=0\quad \therefore x^2+4x-5=0$

즉 처음 이차방정식의 x의 계수는 4이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+4x-6=0$이므로

$x=-2\pm\sqrt{10}$

답 $x=-2\pm\sqrt{10}$

25 전략 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=9(x-1+x+x+1)+2$ ···➊

$3x^2-27x=0,\quad 3x(x-9)=0$

$\therefore x=9\ (\because x>1)$ ···➋

따라서 연속하는 세 자연수는 8, 9, 10이다. ···➌

답 8, 9, 10

채점 기준	배점
➊ 이차방정식을 세울 수 있다.	2점
➋ 이차방정식을 풀 수 있다.	2점
➌ 연속하는 세 자연수를 구할 수 있다.	1점

Ⅳ. 이차함수

01 ②	02 ④	03 ⑤	04 ⑤	05 ⑤
06 ⑤	07 ③	08 ②	09 ①	10 ③
11 ③	12 ④	13 ②	14 ③	15 ⑤
16 ④	17 ③	18 ⑤	19 $-\frac{3}{2}$	20 3
21 $\sqrt{2}$	22 2	23 제3사분면		24 27
25 $\frac{3}{2}$				

01 전략 x, y 사이의 관계식을 세운다.

풀이 (ㄱ) $y=\frac{1}{2}\times(x-1)\times x=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x$

(ㄴ) $y=3x$

(ㄷ) $y=4\pi x^2$

(ㄹ) $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$

(ㅁ) $y=700x$

이상에서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 ②

라쎈 보충

(ㄴ) (거리)=(시간)×(속력)

(ㄷ) 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는 $4\pi r^2$

(ㄹ) n각형의 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$

02 전략 우변을 정리하여 x^2의 계수를 구한다.

풀이 $y=2(1-x)^2-(a+1)x^2+5$

$=2(x^2-2x+1)-(a+1)x^2+5$

$=(1-a)x^2-4x+7$

y가 x에 대한 이차함수이므로

$1-a\neq0$ $\quad\therefore a\neq1$

답 ④

03 전략 이차함수의 식에 주어진 점의 좌표를 대입한다.

풀이 ⑤ $x=1$을 $y=-(x+2)^2+3$에 대입하면

$y=-3^2+3=-6\neq-7$

따라서 점 $(1,\ -7)$은 주어진 이차함수의 그래프 위의 점이 아니다.

답 ⑤

04 전략 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다.

풀이 ⑤ 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 (ㄱ)이다. 답 ⑤

05 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-m-1)^2+4m-7$

이 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로

$-1=-2(2-m-1)^2+4m-7,\quad m^2-4m+4=0$

$(m-2)^2=0\quad\therefore m=2$

답 ⑤

06 전략 x^2의 계수로 이차항과 일차항의 계수를 묶어 낸 후 적당한 수를 더하고 빼서 (완전제곱식)+(상수항) 꼴로 변형한다.

풀이 $y=-3x^2-6x+4=-3(x+1)^2+7$이므로

$p=-1,\ q=7\quad\therefore p+q=6$

답 ⑤

07 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 각 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면

① $(2,\ 1)$ ➡ 제1사분면

② $(3,\ -2)$ ➡ 제4사분면

③ $y=x^2+x-\frac{1}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$이므로

$\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$ ➡ 제3사분면

④ $y=-x^2-3x+1=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{13}{4}$이므로

$\left(-\frac{3}{2},\ \frac{13}{4}\right)$ ➡ 제2사분면

⑤ $y=-x^2+10x-26=-(x-5)^2-1$이므로

$(5,\ -1)$ ➡ 제4사분면

답 ③

08 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $y=-x^2+4kx+k-1=-(x-2k)^2+4k^2+k-1$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2k,\ 4k^2+k-1)$

꼭짓점이 직선 $y=-3x+1$ 위에 있으므로

$4k^2+k-1=-3\times2k+1,\quad 4k^2+7k-2=0$

$(k+2)(4k-1)=0\quad\therefore k=-2\ (\because k<0)$

답 ②

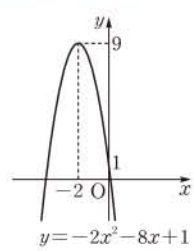
09 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프를 그려 본다.

풀이 $y=-2x^2-8x+1$

$=-2(x+2)^2+9$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x<-2$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.



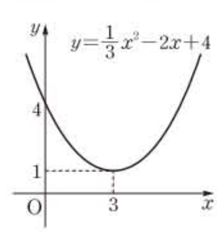
답 ①

10 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프를 그려 본다.

풀이 $y=\frac{1}{3}x^2-2x+4=\frac{1}{3}(x-3)^2+1$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 1)$이다.



답 ③

11 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x-m+4)^2+2+n$

이 그래프가

$y=-\frac{1}{3}x^2-3x-\frac{11}{4}=-\frac{1}{3}\left(x+\frac{9}{2}\right)^2+4$

의 그래프와 일치하므로

$-m+4=\frac{9}{2},\ 2+n=4$

$\therefore\ m=-\frac{1}{2},\ n=2$

$\therefore\ mn=-1$

답 ③

12 전략 $y=0$일 때의 x의 값을 구하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

풀이 $y=-2x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면

$-2x^2+4x+6=0,\quad x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0\quad \therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(3,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=3-(-1)=4$

$y=-2x^2+4x+6=-2(x-1)^2+8$이므로 $\quad \mathrm{C}(1,\ 8)$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times4\times8=16$

답 ④

13 전략 □ABCD가 평행사변형임을 이용하여 넓이를 구한다.

풀이 $y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$이므로

$\mathrm{B}(1,\ -2)$

$y=x^2-12x+34=(x-6)^2-2$이므로

$\mathrm{C}(6,\ -2)$

즉 $y=x^2-12x+34$의 그래프는 $y=x^2-2x-1$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로 □ABCD는 평행사변형이다.

이때 $\overline{\mathrm{BC}}=6-1=5$이므로

□ABCD$=5\times2=10$

답 ②

14 전략 일차함수의 그래프에서 a, b의 부호를 구한다.

풀이 주어진 일차함수의 그래프에서

$a>0,\ b>0$

$y=x^2-ax-b$에서 x^2의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하고, $1\times(-a)<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있다.

또 $-b<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있다.

따라서 $y=x^2-ax-b$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

답 ③

15 전략 그래프를 이용하여 a, b, c의 부호를 구한다.

풀이 그래프가 위로 볼록하므로 $\quad a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $\quad ab>0$

이때 $a<0$이므로 $\quad b<0$

또 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $\quad c>0$

㈀ (음수)+(음수)=(음수)이므로 $\quad a+b<0$

㈁ (음수)−(양수)=(음수)이므로 $\quad b-c<0$

㈂ (양수)−(음수)=(양수)이므로 $\quad c-a>0$

이상에서 ㈀, ㈁, ㈂ 모두 옳다.

답 ⑤

16 전략 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$인 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

풀이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(5,\ 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-5)^2+3$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로

$-1=4a+3\quad \therefore\ a=-1$

$\therefore\ y=-(x-5)^2+3$

위의 식에 $x=0$을 대입하면 $\quad y=-22$

답 ④

17 전략 그래프의 축의 방정식이 $x=p$인 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

풀이 그래프의 축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $f(x)=a(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.

$y=f(x)$의 그래프가 점 $(0,\ -8)$을 지나므로

$-8=a+q$ …… ㉠

또 점 $(4,\ 0)$을 지나므로

$0=9a+q$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=1,\ q=-9$

따라서 $f(x)=(x-1)^2-9$이므로

$f(-1)=(-2)^2-9=-5$

답 ③

18 전략 y절편이 k인 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+k$로 놓는다.

풀이 그래프가 점 $(0,\ -8)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-8$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-2,\ 16)$을 지나므로

$16=4a-2b-8\quad \therefore\ 2a-b=12$ …… ㉠

또 점 $(3,\ 1)$을 지나므로

$1=9a+3b-8\quad \therefore\ 3a+b=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=3,\ b=-6$

$\therefore\ y=3x^2-6x-8=3(x-1)^2-11$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -11)$이므로

$p=1,\ q=-11$

$\therefore\ p-q=12$

답 ⑤

19 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭임을 이용한다.

풀이 이차함수 $y=px^2$의 그래프가 점 $(2,\ -3)$을 지나므로

$-3=4p \qquad \therefore p=-\frac{3}{4}$

$y=qx^2$의 그래프가 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $\quad q=\frac{3}{4}$

$\therefore p-q=-\frac{3}{2}$

답 $-\frac{3}{2}$

20 전략 $y=-x^2+4$의 그래프가 x축과 만나는 점과 꼭짓점의 좌표를 각각 구한다.

풀이 $y=-x^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\quad (0,\ 4)$

$y=-x^2+4$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+4=0, \qquad x^2=4 \qquad \therefore x=\pm 2$

따라서 $y=-x^2+4$의 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는

$(-2,\ 0),\ (2,\ 0)$

주어진 그림에서 $y=a(x+p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$이므로

$p=-2$

또 $y=a(x-2)^2$의 그래프가 $y=-x^2+4$의 그래프의 꼭짓점 $(0,\ 4)$를 지나므로

$4=4a \qquad \therefore a=1$

$\therefore a-p=3$

답 3

21 전략 꼭짓점의 좌표를 각각 구한다.

풀이 $y=-(x-2)^2-a^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2,\ -a^2+1)$ ··· ❶

$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2,\ -1)$ ··· ❷

두 꼭짓점이 일치하므로

$-a^2+1=-1, \qquad a^2=2$

$\therefore a=\sqrt{2}\ (\because a>0)$ ··· ❸

답 $\sqrt{2}$

채점 기준	배점
❶ $y=-(x-2)^2-a^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	1점
❷ $y=x^2-4x+3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	2점
❸ 양수 a의 값을 구할 수 있다.	1점

22 전략 꼭짓점이 x축 위에 있으면 꼭짓점의 y좌표가 0임을 이용한다.

풀이 $y=-x^2+ax-b=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}-b$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\quad \left(\frac{a}{2},\ \frac{a^2}{4}-b\right)$ ··· ❶

꼭짓점이 x축 위에 있으려면

$\frac{a^2}{4}-b=0 \qquad \therefore b=\frac{a^2}{4}$ ··· ❷

따라서 앞의 식을 만족시키는 $a,\ b$의 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(2,\ 1),\ (4,\ 4)$

의 2개이므로 구하는 경우의 수는 2이다. ··· ❸

답 2

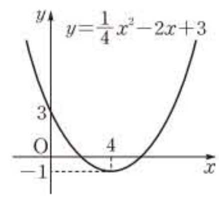
채점 기준	배점
❶ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	2점
❷ $a,\ b$ 사이의 관계식을 구할 수 있다.	2점
❸ 경우의 수를 구할 수 있다.	1점

23 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프를 그려 본다.

풀이 $y=\frac{1}{4}x^2-2x+3$

$=\frac{1}{4}(x-4)^2-1$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.

답 제3사분면

24 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

풀이 $y=x^2+4x+1=(x+2)^2-3$

이므로 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x+2+2)^2-3+5=(x+4)^2+2$

$=x^2+8x+18$

따라서 $a=1,\ b=8,\ c=18$이므로

$a+b+c=27$

답 27

25 전략 x절편이 $m,\ n$인 이차함수의 식을 $y=a(x-m)(x-n)$으로 놓는다.

풀이 그래프가 x축과 두 점 $(-4,\ 0),\ (1,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-1)$로 놓을 수 있다. ··· ❶

이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=-4a \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$ ··· ❷

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+4)(x-1)$

$=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$

따라서 $b=-\frac{3}{2},\ c=2$이므로 ··· ❸

$abc=\frac{3}{2}$ ··· ❹

답 $\frac{3}{2}$

채점 기준	배점
❶ x절편을 이용하여 이차함수의 식을 세울 수 있다.	1점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ $b,\ c$의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ abc의 값을 구할 수 있다.	1점